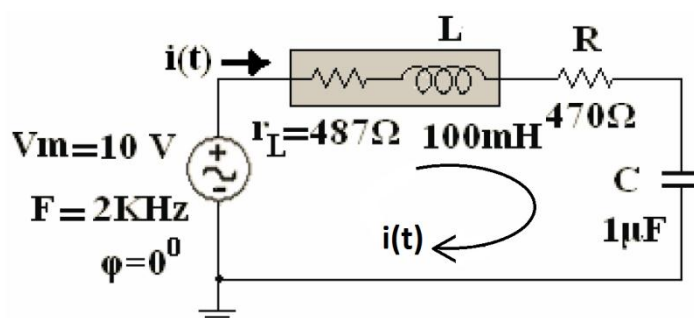


# ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ Κ-II



Σχήμα 1.

Έχουμε το παραπάνω κύκλωμα. Για τη συναρμολόγησή του στο **raster** θα χρειαστούμε: ένα κιβώτιο μεταβλητών επαγωγών (για αυτή την άσκηση η επαγωγή επιλέγεται στα  $L=0.1$  [H]) για χρήση ως πηνίο με εσωτερική ωμική αντίσταση περίπου 487 [ $\Omega$ ] (τη μετράμε εξ' αρχής με το ωμόμετρο), μία ωμική αντίσταση των 470 [ $\Omega$ ] (κίτρινο-μωβ-καφέ) κι έναν πυκνωτή με χωρητικότητα  $C=1$  [ $\mu\text{F}$ ]. Από τη γεννήτρια σημάτων, την οποία έχουμε ήδη συνδέσει στα άκρα του κυκλώματος, ρυθμίζουμε τη συχνότητα στα  $F=2$  [kHz] και το μέτρο του πλάτους (amplitude) στα  $(V_m)=(V_p)=10$  [V] (ή  $V_{rms}=7.07$  [V]). Έτσι φτιάξαμε εργαστηριακά το ζητούμενο κύκλωμα.

Το πλάτος της πηγής ( $(V_m)=10$  [V] ή  $(V_{rms})=7.07$  [V]) μπορούμε να το μετρήσουμε με δύο τρόπους:

i. ΜΕ ΤΟΝ ΠΑΛΜΟΓΡΑΦΟ:

Συνδέω στα άκρα της γεννήτριας το ένα probe του παλμογράφου και μεταβάλλω το Amplitude ώστε να πάρω το απαιτούμενο πλάτος (πλήθος από κουτάκια σε ύψος στην κυματομορφή που εμφανίζεται ανάλογα το sec/div και το volts/div) στην οθόνη του παλμογράφου. Επειδή όλα τα ρεύματα κι οι τάσεις κυκλώματος αναφέρονται ως προς την πηγή, το ένα κανάλι του παλμογράφου θα παραμείνει συνδεδεμένο στα άκρα της γεννήτριας και το δεύτερο πάντα στην έξοδο (με λίγα λόγια το (-) της γεννήτριας και τα δύο (-) του παλμογράφου θα πρέπει να είναι συνδεδεμένα στο ίδιο σημείο). Μην ξεχνάμε ότι για όποιο στοιχείο θέλουμε να πάρουμε μετρήσεις θα πρέπει να το τοποθετούμε στο τέλος του κυκλώματος προς αποφυγή βραχυκυκλωμάτων.

ii. ΜΕ ΕΝΑ ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ:

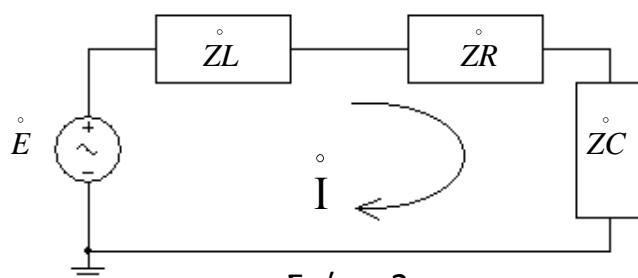
Αυτή η μέθοδος σημαίνει απλά τη σύνδεση του βολτομέτρου στα άκρα της γεννήτριας, ώστε μεταβάλλοντας το Amplitude να πάρουμε ένδειξη στο βολτόμετρο 7.07 [V]. Μην ξεχνάμε ότι το βολτόμετρο (και το αμπερόμετρο από το πολύμετρο) δείχνει τις ενεργές (rms) τιμές των τάσεων που μετράμε, γι' αυτό και η ένδειξη που περιμένουμε να δούμε είναι στα 7.07 [V] αντί στα 10 [V].

**ΚΑΙ ΣΤΙΣ ΔΥΟ ΜΕΘΟΛΟΓΙΕΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΧΟΥΜΕ ΠΑΝΤΑ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΗ ΤΗ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ ΣΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΜΑΣ ΚΑΘ' ΟΛΗ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ!!!**

### ΠΡΟΕΡΓΑΣΙΑ

(Εργαστηριακά οι αποδεκτές αποκλίσεις στις τιμές των ορισμάτων δεν πρέπει να ξεπερνάνε τις 10° μοίρες...)

α) Μεταφέρουμε τα στοιχεία του κυκλώματος από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας. Υπολογίζουμε τα φασικά μεγέθη (μέτρο και όρισμα/φάση) που ζητούνται κι από τα οποία στη συνέχεια θα εξαγάγουμε τις αντίστοιχες εξισώσεις στο πεδίο του χρόνου.



Σχήμα 2.

Αρχικά υπολογίζουμε τις τιμές των σύνθετων αντιστάσεων:

$$✓ \quad \dot{Z}_R = R = 470^{\angle 0^\circ} [\Omega].$$

$$✓ \quad \dot{Z}_L = j\omega L = j(2\pi f)L = j(4000\pi)0.1 \approx 1257^{\angle 90^\circ} [\Omega].$$

$$✓ \quad \dot{Z}_{rL} = rL = 487^{\angle 0^\circ} [\Omega].$$

$$✓ \quad \dot{Z}_{ZL} = \dot{Z}_L + \dot{Z}_{rL} \approx 1348^{\angle 68.822^\circ} [\Omega].$$

$$✓ \quad \dot{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{4000\pi 10^{-6}} \approx 80^{\angle -90^\circ} [\Omega].$$

Η πηγή θα γίνει:  $\dot{E} = V_m e^{j0^\circ} = 10 \angle 0^\circ [V]$ .

Το ρεύμα είναι κοινό για όλα τα στοιχεία καθώς είναι συνδεδεμένα σε σειρά. Έτσι, από το νόμο του Διαιρέτη Τάσης στην ωμική αντίσταση:

$$\text{➤ } \dot{V}_R = \frac{\dot{Z}_R}{\dot{Z}_R + (\dot{Z}_{zL} + \dot{Z}_C)} \cdot \dot{E} \simeq \frac{4700}{470 + (486.99 + 1256.96j) - 80j} \simeq 3.089 \angle -50.38^\circ [V]$$

Άρα:

$$\text{➤ } \dot{I} = \frac{\dot{V}_R}{\dot{Z}_R} = \frac{3.089 \angle -50.38^\circ}{470 \angle 0^\circ} \simeq 6.57 \angle -50.4^\circ [mA]. \text{ (Παρατηρούμε ότι τάση και ρεύμα είναι}$$

συμφασικά, κάτι αναμενόμενο αφού πρόκειται για ωμική αντίσταση).

$$\text{➤ } \dot{V}_{zL} = \dot{I} \cdot \dot{Z}_{zL} \simeq 8.86 \angle 18.422^\circ [V].$$

$$\text{➤ } \dot{V}_C = \dot{I} \cdot \dot{Z}_C \simeq 0.5256 \angle -140.4^\circ [V].$$

$$\text{➤ } \dot{V}_{rL} = \dot{I} \cdot \dot{Z}_{rL} \simeq 3.2 \angle -50.4^\circ [V].$$

$$\text{➤ } \dot{V}_L = \dot{I} \cdot \dot{Z}_{rL} \simeq 4021.88 \angle 39.6^\circ [V].$$

Βρήκαμε τα φασικά μεγέθη του κυκλώματος και τώρα μένει απλά να τα μετατρέψουμε στο Πεδίο του Χρόνου:

$$\text{➤ } i(t) = 6.57 \cdot 10^{-3} \cos(4000\pi t - 50.4^\circ) [A].$$

$$\text{➤ } v_R(t) = 3.089 \cos(4000\pi t - 50.4^\circ) [V].$$

$$\text{➤ } v_{zL}(t) = 8.86 \cos(4000\pi t + 18.422^\circ) [V].$$

$$\text{➤ } v_{rL}(t) = 3.2 \cos(4000\pi t - 50.4^\circ) [V].$$

$$\text{➤ } v_L(t) = 4021.88 \cos(4000\pi t + 39.6^\circ) [V].$$

$$\text{➤ } v_C(t) = 0.5256 \cos(4000\pi t - 140.4^\circ) [V].$$

Το πρώτο αυτό ερώτημα **εργαστηριακά** θα προσεγγιστεί ως εξής:

Αφού φτιάξουμε το κύκλωμά μας όπως είδαμε στην αρχή, βάζουμε την ωμική αντίσταση στο τέλος του κυκλώματος και τη συνδέουμε με το δεύτερο probe του παλμογράφου. (Αυτό το κάνουμε καθώς εκεί το ρεύμα κι η τάση θα είναι συμφασικά, οπότε θα πάρουμε έτσι το όρισμα του ρεύματος υπολογίζοντας το όρισμα της τάσης ( $V_R$ )).

Στην οθόνη του Παλμογράφου βλέπουμε τώρα την κυματομορφή εισόδου και την κυματομορφή της τάσης της αντίστασης. Αφού τα κάνουμε συμμετρικά ως προς τον ίδιο οριζόντιο άξονα παρατηρούμε ότι έχουν μια διαφορά φάσης. Για να τη βρούμε μετράμε πόσες γραμμές στον οριζόντιο άξονα συντεταγμένων ανήκουν σε μία περίοδο της κυματομορφής της πηγής. Ο αριθμός αυτός αντιστοιχεί σε  $360^\circ$  μοίρες. Έπειτα μετράμε σε γραμμές τη μετατόπιση της μιας κυματομορφής ως προς την άλλη. Ο αριθμός αυτός τώρα αντιστοιχεί στη διαφορά φάσης ( $\phi^\circ$ ) τους και συνεπώς στο όρισμα της τάσης ( $V_R$ ). Με μια απλή μέθοδο των τριών τη βρίσκουμε. Έτσι έχουμε τη  $(\phi_{VR}^\circ) = (\phi_I^\circ)$ . Για το μέτρο της ( $V_R$ ) συνδέω παράλληλα στην αντίσταση R το βολτόμετρο και η τιμή που θα δείξει θα είναι η rms τιμή της ( $V_R$ ). Το μέτρο του ρεύματος (rms) στη συνέχεια βρίσκεται αν συνδέσω σε σειρά με την αντίσταση ένα αμπερόμετρο ή από τη σχέση ( $\frac{V_R}{R}$ ).

Ομοίως για το πηνίο και τον πυκνωτή κάνω τις ίδιες ενέργειες αλλάζοντας τη θέση τους (το κάθε ένα με τη σειρά του στο τέλος του κυκλώματος για να αποφύγω τυχόν βραχυκύκλωμα) και μετρώ έτσι τις ( $V_{ZL}$ ) και ( $V_C$ ) μέτρο κι όρισμα. Τα μόνα που δε μπορούμε να βρούμε καθαρά εργαστηριακά είναι τα ( $V_{rL}$ ) και ( $V_L$ ) (μέτρο κι όρισμα) καθώς το κιβώτιο μεταβλητών αντιστάσεων δε μπορεί να δώσει ξεχωριστά αυτά τα στοιχεία αλλά είναι ενοποιημένα. Γι' αυτό θα βρεθούν έμμεσα. Δηλαδή: Έχουμε μετρήσει το ρεύμα (μέτρο και φάση) ξέρουμε τις αντιστάσεις ( $Z_{rL}$ ) και ( $Z_L$ ) (μέτρο κι όρισμα) όπως τις βρήκαμε στην αρχή (η ( $Z_{rL}$ ) μπορεί να μετρηθεί με ένα ωμόμετρο εκτός κυκλώματος), άρα με το νόμο του Ohm βρίσκουμε τις ( $V_{rL}$ ) και ( $V_L$ ) (μέτρο κι όρισμα).

#### ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΥΤΑ ΠΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΑΜΕ Η΄ ΒΡΗΚΑΜΕ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΑ ΘΕΩΡΟΥΝΤΑΙ ΓΝΩΣΤΑ ΓΙΑ ΟΛΑ ΤΑ ΑΚΟΛΟΥΘΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

β) Η ( $Z_{ολ.}$ ) (μέτρο και φάση), μπορεί να βρεθεί με τρεις τρόπους. Ο πρώτος είναι μόνο θεωρητικός σαν προσέγγιση, ενώ οι άλλοι δύο αφορούν και την εργαστηριακή επίλυση για την εύρεση με δύο τρόπους της συμπεριφοράς του κυκλώματος.

- 1<sup>ος</sup> Τρόπος (Θεωρητικός) :

$Z_{ολ.}^\circ = Z_R^\circ + Z_{ZL}^\circ + Z_C^\circ \approx 1516.92^{\angle 50.885^\circ} [\Omega]$ . Άρα το κύκλωμά μας έχει επαγωγική συμπεριφορά (το όρισμα της ολικής αντίστασης είναι θετικό, ενώ αν ήταν αρνητικό θα είχαμε χωρητική συμπεριφορά, ενώ αν ήταν μηδενικό θα είχαμε ωμική συμπεριφορά).

- 2<sup>ος</sup> Τρόπος (εργαστηριακά-1) :

$$Z_{ολ.} = \frac{\overset{\circ}{V}_R}{\overset{\circ}{I}} + \frac{\overset{\circ}{V}_{ZL}}{\overset{\circ}{I}} + \frac{\overset{\circ}{V}_C}{\overset{\circ}{I}} [\Omega]. \text{ Πάλι θα δούμε ότι το κύκλωμά μας έχει επαγωγική}$$

συμπεριφορά (το όρισμα της ολικής αντίστασης θα είναι θετικό). Όλα τα στοιχεία της εξίσωσης τα έχουμε βρει εργαστηριακά στο πρώτο ερώτημα.

- 3<sup>ος</sup> Τρόπος (εργαστηριακά-2) :

$$Z_{ολ.} = \frac{\overset{\circ}{V}_m}{\overset{\circ}{I}} [\Omega]. \text{ Ομοίως κι εδώ.}$$

γ) Από το Σχήμα 2. με βάση το Νόμο Τάσεων Kirchhoff:

$$-\overset{\circ}{V}_m + \overset{\circ}{V}_R + \overset{\circ}{V}_{ZL} + \overset{\circ}{V}_C = 0 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\overset{\circ}{V}_m - \overset{\circ}{V}_R - \overset{\circ}{V}_{ZL} = \overset{\circ}{V}_C}$$

Ναι, ισχύει θεωρητικά και το επαληθεύουμε βάζοντας τις τιμές που υπολογίσαμε. Τα αποτελέσματα τώρα θα βγουν με κάποια απόκλιση καθώς κατά τους υπολογισμούς κάναμε πολλές στρογγυλοποιήσεις (Σφάλμα Στρογγυλοποίησης).

Εργαστηριακά θα βάλουμε στην εξίσωση τις τιμές που βρήκαμε με τα όργανα απ' το ερώτημα α) και θα δούμε ότι πάλι με κάποιες αποκλίσεις (Σφάλματα Οργάνων) ισχύει η παραπάνω σχέση.

δ) Αν τα L και C είναι άγνωστα τότε από το ερώτημα (α) έχουμε υπολογίσει/μετρήσει το ολικό ρεύμα, την τάση στο πραγματικό πηνίο και την τάση στον πυκνωτή, όπως και με το ωμόμετρο μετρήσαμε την ( $Z_{rl}$ ). Έτσι, ισχύουν:

$$|X_C| = \frac{|\overset{\circ}{V}_C|}{|\overset{\circ}{I}|} = \frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow$$

$$C = \frac{|\overset{\circ}{I}|}{4000\pi \cdot |\overset{\circ}{V}_C|} \Leftrightarrow \text{Και:}$$

$$C \approx 10[\mu F]$$

$$|Z_{ZL}| = \frac{|V_{ZL}|}{|I|} = \sqrt{(r_L)^2 + (\omega L)^2} \Leftrightarrow$$

$$L = \sqrt{\frac{(\frac{|V_{ZL}|}{|I|})^2 - (r_L)^2}{(4000\pi)^2}} \Leftrightarrow$$

$$L \simeq 0.03875[H]$$

ε) Θεωρούμε ότι το φορτίο μας δεν είναι ο πυκνωτής. Κάνοντας αυτή την παραδοχή για ευκολία, θα ισχύει:

$$V_{Th.} = V_C$$

Το ( $V_C$ ) το έχουμε υπολογίσει/μετρήσει στο (α) ερώτημα, άρα έχουμε την τάση Thevenin μέτρο και όρισμα.

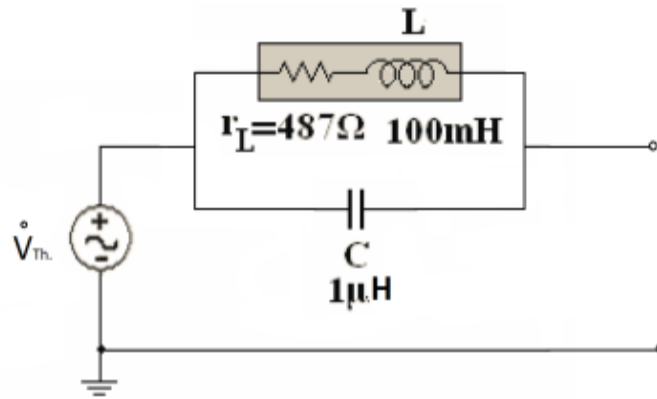
Επίσης, η ολική αντίσταση Thevenin ( $Z_{Th.}$ ) θα είναι (με βραχυκυκλωμένη την πηγή -> εδώ είναι πηγή τάσης άρα την αντικαθιστούμε με βραχυκύκλωμα, αν ήταν ρεύματος θα την ανοιχτοκυκλώναμε) σ' αυτή την περίπτωση η  $Z_{Th.} = Z_C / (Z_R + Z_{ZL})[\Omega]$ , δηλαδή:

$$Z_{Th.} = \frac{(80^{\angle -90^\circ}) \cdot ((1348^{\angle 68.822^\circ}) + (470^{\angle 0^\circ}))}{(80^{\angle -90^\circ}) + (1348^{\angle 68.822^\circ}) + (470^{\angle 0^\circ})} \Leftrightarrow$$

$$Z_{Th.} \simeq \frac{126384.1023^{\angle -37.284^\circ}}{1516.924^{\angle 50.885^\circ}} \Leftrightarrow$$

$$Z_{Th.} \simeq 83,32^{\angle -88.169^\circ} \simeq 2.66 - 83.277 j[\Omega]$$

Για την εργαστηριακή κατασκευή του μπορούμε απλά να τοποθετήσουμε σαν αντίσταση Thevenin ( $Z_{Th.}$ ) τον πυκνωτή παράλληλα στην ωμική αντίσταση και το πηνίο και σαν πηγή Thevenin ( $V_{Th.}$ ) να ρυθμίσουμε τη γεννήτρια να έχει όση τάση είχαμε βρει στον πυκνωτή.



Σχήμα 3.

στ) Για μέγιστη μεταφορά ισχύος με το κύκλωμά μας πρέπει να έχει ωμική συμπεριφορά και μάλιστα η ωμική αντίσταση της ( $Z_{Th.}$ ) να είναι ίση με την ωμική αντίσταση του φορτίου ( $Z_{\Phi}$ ) και τα φανταστικά τους μέρη με ίσα μέτρα κι αντίθετες φάσεις. Δηλαδή θα πρέπει να ισχύει:  $Z_{\Phi} = (Z_{Th.})^*$ . Αυτό σημαίνει ότι τα στοιχεία του θα αποτελούν ένα φορτίο το οποίο θα έχει μέτρο ίδιο με την αντίσταση Thevenin που υπολογίσαμε παραπάνω αλλά με αντίθετο όρισμα. Δηλαδή:

$$Z_{\Phi} = 83.32 \angle +88.169^{\circ} \Leftrightarrow Z_{\Phi} \approx 2.66 + 83.277j [\Omega]$$

Έτσι, η καινούρια  $Z_{o\lambda.1} = 2 * a [\Omega]$ . Όπου  $a = \text{Re}\{Z_{\Phi}\} = \text{Re}\{Z_{Th.}\}$ , ενώ τα φανταστικά μέρη αλληλοαναιρέθηκαν λόγω αντίθετων προσήμων κι ίσων μέτρων. Τώρα έχουμε ωμική συμπεριφορά με μέγιστη αντίσταση. Συνεπώς, για διπλάσια πραγματική συνολική αντίσταση (μιλάμε για πραγματικές μόνο τιμές γιατί αναφερόμαστε στην πραγματική ισχύ) θα ισχύει:

$$P_{\max} = \frac{1}{2} P_{\pi\eta\gamma\eta\varsigma} [W]$$

ζ) Όλα τα είδη ισχύος με δύο τρόπους.

Ισχύουν οι εξής τύποι:

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΙΣΧΥΣ: 
$$P = |V_{rms}| \cdot |I_{rms}| \cdot \cos(\varphi_v - \varphi_i) [WATT] \text{ (1α)}$$

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΙΣΧΥΣ: 
$$P = I_{rms}^2 \cdot Z_{ολ. \dots \pi\rho\alpha\gamma\mu.} [WATT] \text{ (1β)}$$

ΑΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥΣ: 
$$Q = |V_{rms}| \cdot |I_{rms}| \cdot \sin(\varphi_v - \varphi_i) [VAR] \text{ (2α)}$$

ΑΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥΣ: 
$$Q = I_{rms}^2 \cdot Z_{ολ. \dots \phi\alpha\nu\tau\alpha\sigma\tau\iota\kappa\acute{o}.} [VAR] \text{ (2β)}$$

ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΙΣΧΥΣ: 
$$W = P \pm Qj [VA] \text{ (3α)}$$

ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΙΣΧΥΣ: 
$$W = \dot{V} \cdot \dot{I}^* [VA] \text{ (3β)}$$

ΦΑΙΝΟΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ: 
$$S = |W| = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ (4)}$$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ: 
$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \text{ (5)}$$

- 1<sup>ος</sup> Τρόπος:

Γνωρίζουμε απ' το πρώτο ερώτημα το ολικό ρεύμα (μέτρο και φάση) και την τάση της πηγής (μέτρο και φάση), άρα απ' τη σχέση (3β) υπολογίζουμε τη μιγαδική ισχύ του κυκλώματος, βάζοντας στο όρισμα του ρεύματος αντίθετο πρόσημο:

$$\begin{aligned} W_{\text{κυκλ.}} &= V_{m,rms} \cdot I_{rms}^* = 7.07^{\angle 0^\circ} \cdot \left( \frac{6.57 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \right)^{\angle -(-50.4)^\circ} \Leftrightarrow \\ W_{\text{κυκλ.}} &\simeq 7.07^{\angle 0^\circ} \cdot (4646 \cdot 10^{-3})^{\angle +50.4^\circ} \Leftrightarrow \\ W_{\text{κυκλ.}} &\simeq 0.033^{\angle +50.4^\circ} \simeq 0.021 + 0.025j [VA] \end{aligned}$$

Από ταυτοποίηση στη σχέση (3β) βρίσκουμε την πραγματική και την άεργο ισχύ:



$$P_{\text{κυκλ.}} = 0.021[\text{W}]$$

$$Q_{\text{κυκλ.}} = 0.025 j[\text{VAR}]$$

και άρα :

$$S_{\text{κυκλ.}} = \sqrt{P_{\text{κυκλ.}}^2 + Q_{\text{κυκλ.}}^2} \approx 0.0326[\text{VA}]$$

- 2<sup>ος</sup> Τρόπος:

Αντίστοιχα απ' τις σχέσεις (1α) και (2α) βρίσκουμε πρώτα τα (P) και (Q) και μετά θα βρούμε το (W) απ' την (3α) και το (S) απ' την (4)...

$$\text{Ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος: } \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{0.021}{0.0326} \approx 0.644.$$

Άεργος Ισχύς του Πυκνωτή: (Βάζουμε τις rms τιμές που γνωρίζουμε από το (α) ερώτημα)

$$\dot{Q}_C = \dot{V}_C \cdot \dot{I} \cdot \sin(90^\circ) = \dot{V}_C \cdot \dot{I} \approx -1.696 \cdot 10^{-3} + 3.235 \cdot 10^{-4} j \approx (1.73 \cdot 10^{-3})^{\angle 169.2^\circ} [\text{VAR}]$$

Την άεργο ισχύ του πηνίου μπορούμε να τη βρούμε έμμεσα (αφού και το ( $\dot{V}_L$ ) έμμεσα το βρήκαμε) από τη σχέση:

$$\dot{Q}_L = \dot{Q}_{\text{κυκλ.}} - \dot{Q}_C = 0.025^{\angle 90^\circ} - (1.73 \cdot 10^{-3})^{\angle 169.2^\circ} \approx 0.17^{\angle -2.499^\circ} [\text{VAR}]$$

Ο συντελεστής ισχύος του πηνίου είναι:

$$(\cos \varphi)_{\text{ZL}} = \cos(\varphi_{\text{ZL}} - \varphi_I) = \cos(18.422^\circ - (-50.4^\circ)) \approx 0.36$$

η) Βελτίωση συντελεστή ισχύος κυκλώματος.

Αυτό επιτυγχάνεται με τη σύνδεση πυκνωτή παράλληλα στην κατανάλωση (φορτίο) όταν αυτή έχει επαγωγική συμπεριφορά ή με τη σύνδεση ενός πηνίου παράλληλα στην κατανάλωση όταν αυτή έχει χωρητική συμπεριφορά.

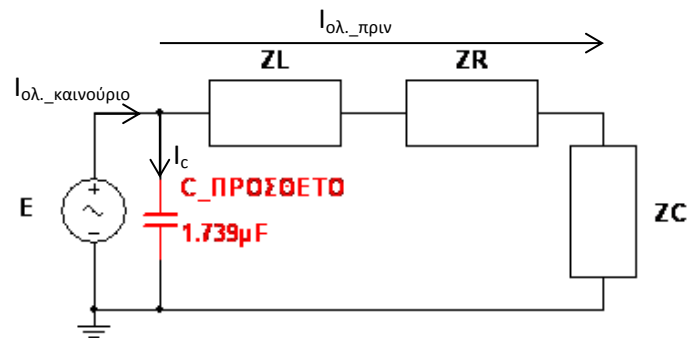
Εδώ έχουμε επαγωγική συμπεριφορά της κατανάλωσης όπως είδαμε απ' τα προηγούμενα ερωτήματα και δίνεται:  $(\cos \varphi)' = 0.733 \Rightarrow \varphi' = 42^\circ$ . Η χωρητικότητα του πυκνωτή που θα συνδέσουμε θα έχει την τιμή:

$$C = \frac{P}{\omega V_c^2} (\tan(\varphi^\circ) - \tan(\varphi'^\circ)) \Leftrightarrow$$

$$C = \frac{0.021}{4000\pi \cdot (7.07)^2} (\tan(\cos^{-1}(0.644^\circ)) - \tan(42^\circ)) \Leftrightarrow$$

$$C \approx 9.61 \cdot 10^{-9} [F] \approx 10 [nF]$$

Ο τρόπος που θα γίνει η σύνδεση του πυκνωτή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Το ρεύμα που περνάει από τις αντιστάσεις θα είναι ίδιο με πριν καθώς από το νόμο του Ohm η τάση στα άκρα της παλιάς ( $Z_{ολ.}^\circ$ ) είναι ίδια με πριν, η ίδια η ( $Z_{ολ.}^\circ$ ) σε εκείνο τον βρόγχο είναι ίδια, άρα και το ρεύμα πρέπει να είναι ίδιο. Ο πυκνωτής θα αλλάξει το καινούριο ρεύμα που θα στέλνει η πηγή μας, καθώς αυτό τώρα διαιρείται στο παλιό ολικό και στο ( $I_c$ ). Το ( $I_c$ ) το μετράμε εργαστηριακά με ένα αμπερόμετρο.

Θα ισχύει για το ολικό ρεύμα της πηγής:

$$I_{ολ. \text{ καινούριο}}^\circ = I_{ολ. \text{ παλιό}}^\circ + I_c^\circ \Leftrightarrow$$

$$I_{ολ. \text{ καινούριο}}^\circ = (6.57 \cdot 10^{-3})^{\angle -50.4^\circ} + \sqrt{2} \cdot I_c^\circ$$

Θεωρητικά, το υπολογίζουμε ως εξής:

$$V_{C'}^\circ = E = I_{C'}^\circ \cdot \frac{1}{j\omega C'} \Leftrightarrow$$

$$I_{C'}^\circ = (10 \angle 0^\circ) \cdot j4000\pi \cdot 10 \cdot 10^{-9} \Leftrightarrow$$

$$I_{C'}^\circ \approx 1.2566 \angle 90^\circ [mA]$$

Άρα:

$$\overset{\circ}{I}_{ολ._{καινούριο}} = \overset{\circ}{I}_{ολ._{παλιό}} + \overset{\circ}{I}_{C'} \Leftrightarrow$$

$$\overset{\circ}{I}_{ολ._{καινούριο}} = (6.57 \cdot 10^{-3})^{\angle -50.4^\circ} + (1.2566 \cdot 10^{-3})^{\angle 90^\circ} \Leftrightarrow$$

$$\overset{\circ}{I}_{ολ._{καινούριο}} \approx 5.6587^{\angle -42.262^\circ} [mA]$$

Πετύχαμε τη βελτίωση, καθώς έχουμε την ίδια απόδοση (πραγματική ισχύ) με μικρότερη τιμή ρεύματος από την πηγή.

Για ωμική συμπεριφορά του κυκλώματος (συντονισμό) έχουμε  $(\cos \varphi)' = 1$ . Ξανακάνουμε τη διαδικασία υπολογισμού της νέας χωρητικότητας ( $C'$ ) με βάση τον τύπο που είδαμε στην αρχή του ερωτήματος για  $(\cos \varphi)' = 1$  αυτή τη φορά. Για  $C > C'$  έχουμε αλλαγή συμπεριφοράς (από επαγωγική σε χωρητική) γιατί παρατηρούμε απ' τον παλμογράφο ότι

θ) Σύνδεση DC-πηγής.

Η καινούρια πηγή θα περιέχει ένα dc-μέρος κι ένα ac-μέρος:  $\overset{\circ}{V}_{source(ολικό)} = \overset{\circ}{V}_{source(ac)} + \overset{\circ}{V}_{source(dc)}$

Όπου:  $\overset{\circ}{V}_{source(ac)} = 10 \cos(4000\pi t) [V]$  και  $\overset{\circ}{V}_{source(dc)} = 3 [V]$ .

Πρέπει να εφαρμόσουμε υπέρθεση για να βγάλουμε τις νέες τιμές του ερωτήματος (α). Έτσι:

- Για το ac-μέρος ισχύουν τα αποτελέσματα που είχαμε βρει στο α) ερώτημα.
- Για το dc-μέρος όμως, γνωρίζουμε ότι:
  - Το πηνίο λειτουργεί ως βραχυκύκλωμα, άρα  $\overset{\circ}{V}_L = 0$ .
  - Ο πυκνωτής λειτουργεί ως ανοιχτοκύκλωμα, άρα το ρεύμα του κυκλώματος είναι κι αυτό μηδέν και συνεπώς απ' το νόμο του Ohm και η τάση στην ωμική αντίσταση θα είναι μηδέν ( $\overset{\circ}{V}_{rL} = \overset{\circ}{V}_R = 0$  και  $\overset{\circ}{I} = 0$ ).
  - Ο πυκνωτής θα έχει στα άκρα του συνεπώς τάση ίση με της πηγής, γιατί με μηδενικές τάσεις των ενδιάμεσων σύνθετων αντιστάσεων όλη η τάση της πηγής θα εμφανίζεται στα άκρα του πυκνωτή:  $\overset{\circ}{V}_{C,dc} = 3 [V]$ .

Εν' τέλει, λόγω υπέρθεσης, όλα τα στοιχεία θα έχουν τις εξής τιμές:

$$\overset{\circ}{V}_{R,ολ.} = \overset{\circ}{V}_{R,ac} \approx 3.089^{\angle -50.38^\circ} [V]$$

$$\overset{\circ}{I} \approx 6.57 \angle -50.4^\circ [mA]$$

$$\overset{\circ}{V}_{ZL,ολ.} = \overset{\circ}{V}_{ZL,ac} \approx 8.86 \angle 18.422^\circ [V].$$

$$\overset{\circ}{V}_{C,ολ.} = \overset{\circ}{V}_{C,ac} + \overset{\circ}{V}_{C,dc} \approx 2.62 \angle -7.4^\circ [V].$$

$$\overset{\circ}{V}_{rL,ολ.} = \overset{\circ}{V}_{rL,ac} \approx 3.2 \angle -50.4^\circ [V].$$

$$\overset{\circ}{V}_{L,ολ.} = \overset{\circ}{V}_{L,ac} \approx 4021.88 \angle 39.6^\circ [V].$$

Η αποθηκευμένη ενέργεια στον πυκνωτή θα είναι ίση με:

$$W_C = \frac{1}{2} C (\overset{\circ}{V}_{C,ολ.})^2 \approx \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \cdot 7.07 \approx 3.54 \cdot 10^{-6} [J]$$

**Εργαστηριακά** το dc-μέρος (αφού μιλάμε για υπέρθεση) το παίρνω από την ίδια τη γεννήτρια τραβώντας προς τα έξω το κουμπάκι που λέει “dc-offset”, απενεργοποιώντας όλα τα κουμπάκια με τα σύμβολα του εναλλασσόμενου ημιτονοειδούς, τετραγωνικού, είδους κυματομορφής και ρυθμίζοντάς το μέχρι το βολτόμετρο που έχω βάλει τώρα στη γεννήτρια να δείξει ένδειξη  $V = 3[Volt]$ .

ι) Είδος φίλτρου ανάλογα με το στοιχείο εξόδου:

- Σαν έξοδο ο πυκνωτής C:

Θεωρητικά μπορούμε χωρίς καμία πράξη να το βρούμε ως εξής:

$$\text{Έχουμε τη χωρητική αντίδραση: } |\overset{\circ}{X}_C| = \frac{1}{\omega C}. \text{ Θα δούμε πως αντιδρά η έξοδος}$$

(αντίσταση πυκνωτή) ανάλογα με δύο ακραίες τιμές του ( $\omega$ ). Έτσι, για ( $\omega \rightarrow 0$ ) η χωρητική αντίσταση θα τείνει στο άπειρο, άρα θα έχει τη μέγιστη τιμή για μικρές συχνότητες. Ενώ για ( $\omega \rightarrow \infty$ ) η χωρητική αντίσταση θα τείνει στο μηδέν, άρα θα έχει την ελάχιστη (μηδενική σχεδόν) τιμή για μεγάλες συχνότητες. Έτσι, αναμένουμε και εργαστηριακά να προκύψει κυματομορφή παρόμοια ενός βαθυπερατού φίλτρου.

Πράγματι εργαστηριακά, συνδέω το βολτόμετρο στον πυκνωτή και μεταβάλλοντας τη συχνότητα της γεννήτριας από σχεδόν μηδενικές τιμές μέχρι σχετικά υψηλές, παρατηρούμε ότι για χαμηλές συχνότητες έχει μέγιστη τιμή η τάση στον πυκνωτή, ενώ αυξάνοντας τη συχνότητα παρατηρούμε ότι μένει για λίγο στη μέγιστη αυτή τιμή κι έπειτα από κάποιο όριο πέφτει σταδιακά μέχρι μια πολύ χαμηλή τιμή, σχεδόν μηδενική. Κλασσική περίπτωση βαθυπερατού φίλτρου.

Το εύρος  $W = (0-F_c)$  και τα [db/δεκάδα] βρίσκονται ως εξής:

$$[db / δεκάδα] = 20 \log\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right) \quad (1)$$

Για συχνότητα  $F=10F_c$ , βρίσκουμε με το βολτόμετρο την ( $V_{out}$ ). Η ( $V_{in}$ ) είναι γνωστή (τάση της πηγής). Απ' τη σχέση (1) αντικαθιστούμε και υπολογίζουμε τα [db/δεκάδα].

Πρέπει να ελέγχουμε κάθε φορά στο τέλος, μετά που αλλάξουμε τη συχνότητα για να βρούμε το είδος φίλτρου ανάλογα με την εκάστοτε έξοδο, την ( $V_{in}$ ) να είναι σταθερή για όλο το εύρος των συχνοτήτων, καθώς υπάρχει κίνδυνος πτώσης τάσης κατά τις μεταβολές αυτές της ( $F$ ). Ο λόγος που το θέλουμε αυτό είναι γιατί πρέπει να ισχύει:  $V \cdot I = \text{σταθερό}$ .

- Σαν έξοδο το πηνίο:

Θεωρητικά και πάλι μπορούμε χωρίς καμία πράξη να βρούμε το είδος του φίλτρου ως εξής:

Έχουμε την επαγωγική αντίδραση:  $|X_L| = \omega L$ . Θα δούμε πως αντιδράει η έξοδος (πηνίο) ανάλογα με δύο ακραίες τιμές του ( $\omega$ ). Έτσι, για ( $\omega \rightarrow 0$ ) η επαγωγική αντίσταση θα τείνει στο μηδέν, άρα θα έχει την ελάχιστη (μηδενική σχεδόν) τιμή για μικρές συχνότητες. Ενώ για ( $\omega \rightarrow \infty$ ) η επαγωγική αντίσταση θα τείνει στο άπειρο, άρα θα έχει τη μέγιστη τιμή για μεγάλες συχνότητες. Έτσι, αναμένουμε και εργαστηριακά να προκύψει κυματομορφή παρόμοια ενός υψηλερατού φίλτρου.

Πράγματι εργαστηριακά, συνδέω το βολτόμετρο στο πηνίο και πειράζοντας τη συχνότητα της γεννήτριας από σχεδόν μηδενικές τιμές μέχρι σχετικά υψηλές, παρατηρούμε ότι για χαμηλές συχνότητες έχει μια πολύ χαμηλή, σχεδόν μηδενική τιμή η τάση στο πηνίο, ενώ αυξάνοντας τη συχνότητα παρατηρούμε ότι αυξάνει σταδιακά μέχρι να γίνει μέγιστη. Πρόκειται για υψηλερατό φίλτρο.

Και πάλι το εύρος  $W \in (0 - \infty)$  και τα [db/δεκάδα] βρίσκονται ως εξής:

$$[db / δεκάδα] = 20 \log\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right) \quad (1)$$

Για συχνότητα  $F=0.1F_c$ , βρίσκουμε με το βολτόμετρο την ( $V_{out}$ ). Η ( $V_{in}$ ) είναι γνωστή και σταθερή για όλο το εύρος των συχνοτήτων. Απ' τη σχέση (1) αντικαθιστούμε και υπολογίζουμε τα [db/δεκάδα].

- Σαν έξοδο η ωμική αντίσταση:

Εργαστηριακά, συνδέω το βολτόμετρο στην έξοδο (αντίσταση προκειμένη περίπτωση) και πειράζοντας τη συχνότητα της γεννήτριας από σχεδόν μηδενικές τιμές μέχρι σχετικά υψηλές, παρατηρούμε ότι: Αρχικά, για τις χαμηλές συχνότητες έχει μια χαμηλή τιμή η τάση στον αντιστάτη, ενώ αυξάνοντας τη συχνότητα παρατηρούμε ότι αρχίζει να αυξάνει σταδιακά, γίνεται μέγιστη στην κεντρική συχνότητα ( $F_0$ ) και μετά απ' αυτήν αρχίζει πάλι η τάση να πέφτει σταδιακά.

Τις τιμές των  $F_L$  και  $F_H$ , τις βρίσκουμε για τάση εξόδου ίση με τη μέγιστη τάση που είδαμε στη συχνότητα αποκοπής διά  $\sqrt{2}$ , δηλαδή για τάση ίση με  $\frac{V_{R,max,out}}{\sqrt{2}}$ . Η χαμηλότερη συχνότητα που θα δώσει αυτή την τάση θα είναι η  $F_L$ , ενώ η υψηλότερη συχνότητα στην οποία θα δώσει αυτή την τιμή θα είναι η  $F_H$ . Η κεντρική συχνότητα αποκοπής  $f_0$  βρίσκεται από τη σχέση:

$$F_0 = \sqrt{F_L \cdot F_H} \text{ (γεωμετρικός μέσος όρος)}$$

Ή αλλιώς τη βρίσκουμε για τη μέγιστη ένδειξη του βολτομέτρου κατά τη «σάρωση».

Το εύρος ζώνης θα είναι:  $W = F_H - F_L$ , ενώ ο συντελεστής ποιότητας θα βρεθεί απ' τη σχέση:

$$Q = \frac{F_0}{W}$$

Τα [db/δεκάδα] βρίσκονται τώρα ως εξής:

$$[db / δεκάδα] = 20 \log\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right) \quad (1)$$

Κάνουμε δύο υπολογισμούς τάσεων και [db/δεκάδα] αυτή τη φορά. Μία θα είναι για  $F=10F_H$  και μία άλλη για  $F=0.1F_L$ .

- Σαν έξοδο ο συνδυασμός πυκνωτή και πηνίου σε σειρά:

Εργαστηριακά, συνδέω το βολτόμετρο στην έξοδο (συνδυασμός πυκνωτή και πηνίου σε σειρά προκειμένη περίπτωση) και πειράζοντας τη συχνότητα της γεννήτριας από σχεδόν μηδενικές τιμές μέχρι σχετικά υψηλές, παρατηρούμε ότι: Αρχικά, για τις χαμηλές συχνότητες έχει μέγιστη τιμή η τάση εξόδου, ενώ αυξάνοντας τη συχνότητα παρατηρούμε ότι αρχίζει να μειώνεται σταδιακά. Σε ένα σημείο γίνεται ελάχιστη, σχεδόν μηδενική (κεντρική συχνότητα αποκοπής( $F_0$ )) και μετά απ' αυτήν αρχίζει πάλι η τάση να αυξάνει σταδιακά, μέχρι που γίνεται και πάλι μέγιστη. Πρόκειται για ζωνοφραχτό φίλτρο.

Τις τιμές των ( $F_L$ ) και ( $F_H$ ), τις βρίσκουμε ομοίως όπως στο ζωνοδιαβατό για τάση εξόδου ίση με τη μέγιστη τάση που είδαμε για πολύ μικρές κι έπειτα για πολύ μεγάλες

συχνότητες διά  $\sqrt{2}$ , δηλαδή για τάση ίση με  $\frac{V_{\max, out}}{\sqrt{2}}$ . Η χαμηλότερη συχνότητα που θα δώσει αυτή την τάση θα είναι η ( $F_L$ ), ενώ η υψηλότερη συχνότητα στην οποία θα δώσει αυτή την τιμή θα είναι η ( $F_H$ ). Η κεντρική συχνότητα αποκοπής ( $F_0$ ) βρίσκεται από τη σχέση:

$$F_0 = \sqrt{F_L \cdot F_H} \text{ (γεωμετρικός μέσος όρος)}$$

Ή αλλιώς τη βρίσκουμε για την ελάχιστη (σχεδόν μηδενική) ένδειξη του βολτομέτρου κατά τη «σάρωση».

Το εύρος ζώνης θα είναι:  $W = F_H - F_L$ , ενώ ο συντελεστής ποιότητας θα βρεθεί απ' τη σχέση:

$$Q = \frac{F_0}{W}$$

Τα [db/δεκάδα] βρίσκονται τώρα ως εξής:

$$[db / δεκάδα] = 20 \log\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right) \quad (1)$$

Κάνουμε κι εδώ δύο υπολογισμούς τάσεων και [db/δεκάδα]. Μία θα είναι για  $F=10F_H$  και μία άλλη για  $F=0.1F_L$ .

κ) Αν έξοδος είναι τα άκρα του αντιστάτη, όπως είδαμε παραπάνω πρόκειται για ζωνοδιαβατό φίλτρο. Πέντε τρόποι εύρεσης της συχνότητας συντονισμού ( $f_0$ ) είναι οι εξής:

- $F_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
- Με τον παλμογράφο, βλέπω σε ποια συχνότητα στην οθόνη του παλμογράφου δείχνει ότι η ( $V_R$ ) είναι συμφασική με την τάση της πηγής. Αυτή θα είναι η συχνότητα συντονισμού.
- Με το βολτόμετρο, βρίσκω σε ποια συχνότητα γίνεται η  $V_{R, out} = V_{\max}$ .
- Με το αμπερόμετρο, βρίσκω σε ποια συχνότητα γίνεται το  $I = I_{\max}$ .
- Με το βολτόμετρο, πάνω στον πυκνωτή, βάζω  $I = I_{\max}$  στην εξίσωση  $V_c = I \cdot X_c$  κι έτσι θα πάρω ( $V_{c, \max}$ ). Σε εκείνη τη συχνότητα θα έχουμε συντονισμό.

Τα στοιχεία  $F_L, F_H, F_0, W$  και  $Q$  βρίσκονται ακριβώς με τον τρόπο και τους τύπους που περιγράφηκαν στο προηγούμενο ερώτημα (ι) με έξοδο τα άκρα του αντιστάτη.

Οι τάσεις στον πυκνωτή και το πηνίο στη συχνότητα συντονισμού είναι μέγιστες με ίσα μέτρα. Η ωμική αντίσταση του κυκλώματος στην προκειμένη περίπτωση είναι αρκετά

μικρή, γι' αυτό και θα παρατηρήσουμε ότι οι τάσεις στον πυκνωτή και το πηνίο είναι κατά πολλές φορές μεγαλύτερες από εκείνη της πηγής και αυτό το παράδοξο ονομάζεται **φαινόμενο υπέρτασης**.

λ) Εδώ έχουμε παράλληλο κύκλωμα συντονισμού. Η συχνότητα συντονισμού  $f_0$  είναι ίδια με το προηγούμενο ερώτημα, αυτά που αλλάζουν είναι τα  $F_L, F_H, F_0, W$  και  $Q$ . Τα χαρακτηριστικά αυτού του φίλτρου μπορούμε να τα χαρακτηρίσουμε με αυτά ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου. Οπότε και τα παραπάνω στοιχεία τα υπολογίζουμε με ανάλογο τρόπο όπως κάναμε στο ζωνοδιαβατό.

μ) Θεωρία που πρέπει να γνωρίζουμε:

Όταν λέμε **Ευθύ Σύστημα** εννοούμε το τριφασικό κύκλωμα για το οποίο οι πηγές ακολουθούν την εξής λογική:

$$\begin{aligned}\overset{\circ}{V}_{an} &= \overset{\circ}{V}_{\varphi} \angle 0^\circ [V], \\ \overset{\circ}{V}_{bn} &= \overset{\circ}{V}_{\varphi} \angle -120^\circ [V], \\ \overset{\circ}{V}_{cn} &= \overset{\circ}{V}_{\varphi} \angle +120^\circ [V] = \overset{\circ}{V}_{\varphi} \angle -240^\circ [V].\end{aligned}$$

Το  $\overset{\circ}{V}_{\varphi} = E \angle 0^\circ [V]$ .

Το **Αντίστροφο Σύστημα** αφορά το πρόσημο του ορίσματος των τάσεων που το θέλει αντίθετο από αυτό του Ευθύ Συστήματος. Δηλαδή:

$$\begin{aligned}\overset{\circ}{V}_{an} &= \overset{\circ}{V}_{\varphi} \angle 0^\circ [V], \\ \overset{\circ}{V}_{bn} &= \overset{\circ}{V}_{\varphi} \angle +120^\circ [V], \\ \overset{\circ}{V}_{cn} &= \overset{\circ}{V}_{\varphi} \angle -120^\circ [V].\end{aligned}$$

Συνεπώς και τα ρεύματα θα έχουν αντίθετο πρόσημο ορίσματος από αυτά στο **Ευθύ Σύστημα**. Οι τιμές των ρευμάτων φάσης σε σύνδεση αστέρα θα έχουν την ίδια τιμή (μέτρο) για τις τρεις φάσεις R,S και T:

Δηλαδή:

$$|I_a| \approx |I_b| \approx |I_c| \approx \left| \frac{\overset{\circ}{V}}{Z_{ολ.}} \right|$$



Παρατηρούμε ότι στο αντίστροφο σύστημα απλά τα ορίσματα των  $\overset{\circ}{I}_b, \overset{\circ}{I}_c$  έχουν αντίθετο πρόσημο. Τα μέτρα δεν αλλάζουν...

Οι τιμές όλων των ειδών ισχύος στο τριφασικό σύστημα έχουν τις τιμές (από τη στιγμή που θεωρούμε ότι είναι **συμμετρικό**):

$$P_{3\varphi} = 3 \cdot P_{1\varphi} [\text{W}]$$

$$Q_{3\varphi} = 3 \cdot Q_{1\varphi} [\text{VAR}]$$

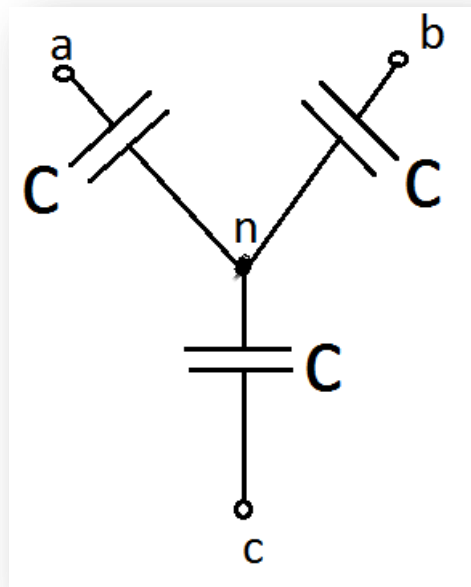
έτσι:

$$S_{3\varphi} = 3 \cdot \sqrt{P_{3\varphi}^2 + Q_{3\varphi}^2}$$

Την πραγματική και την άεργο ισχύ του μονοφασικού τις έχουμε υπολογίσει από το ερώτημα ζ). Έτσι μπορούμε να βρούμε και του τριφασικού.

$$\text{Ο συντελεστής ισχύος } \cos\varphi = \frac{P_{3\varphi}}{S_{3\varphi}}.$$

ν) Βελτίωση συντελεστή ισχύος τριφασικού φορτίου με τη σύνδεση πυκνωτών των 10[nF] σε αστέρα.



Όταν γίνει η μετατροπή σε τρίγωνο, θα ισχύει:  $Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta \Rightarrow Z_\Delta = 3Z_Y = 3C$ .

Άρα, προτιμάμε τη σύνδεση κατά αστέρα καθώς στου τριγώνου οι πυκνωτές έχοντας τιμή τριπλάσια απ' ό,τι στον αστέρα είναι πολύ μεγάλοι σε μέγεθος – δε συμφέρει – και είναι και αντισοικονομικοί.