

## Πίνακας Μ.Ζ.

$$f[n] \Leftrightarrow F(z) = f[0] + f[1]z^{-1} + f[2]z^{-2} + \dots + f[n]z^{-n} + \dots$$

$\delta[n]$	$\longleftrightarrow$	1	
$u[n]$	$\longleftrightarrow$	$\frac{z}{z-1}$	για $ z  > 1$
$a^n u[n]$	$\longleftrightarrow$	$\frac{z}{z-a}$	για $ z  >  a $
$na^{n-1} u[n]$	$\longleftrightarrow$	$\frac{z}{(z-a)^2}$	για $ z  >  a $
$n^2 u[n]$	$\longleftrightarrow$	$\frac{z^2 + z}{(z-1)^3}$	για $ z  > 1$
$\binom{n}{m} a^{n-m} u[n]$	$\longleftrightarrow$	$\frac{z}{(z-a)^{m+1}}$	για $ z  >  a $
$\cos(n\omega_0 T) u[n]$	$\longleftrightarrow$	$\frac{z^2 - z \cos(\omega_c T)}{z^2 - 2z \cos(\omega_0 T) + 1}$	για $ z  > 1$
$\sin(n\omega_0 T) u[n]$	$\longleftrightarrow$	$\frac{z \sin(\omega_0 T)}{z^2 - 2z \cos(\omega_c T) + 1}$	για $ z  > 1$

## Ιδιότητες ΜΖ

- Γραμμικός  $f[n] = af_1[n] + bf_2[n] \Leftrightarrow F(z) = aF_1(z) + bF_2(z)$
- Μετατόπιση χρόνου 1  $f[n-m]u[n-m] \Leftrightarrow z^{-m}F(z)$
- Μετατόπιση χρόνου 2  $f[n-m] \Leftrightarrow z^{-m}F(z) + z^{-m-1}f[-1] + z^{-m-2}f[-2] + \dots + f[-m]$
- Κλιμάκωση στο Ζ-επίπεδο  $a^n f[n] \Leftrightarrow F\left(\frac{z}{a}\right)$
- Πολλαπλασιασμός με n  $nf[n] \Leftrightarrow -z \frac{dF(z)}{dz}$
- Άθροισμα στο χρόνο  $\sum_{k=0}^n f[k] \Leftrightarrow \frac{z}{z-1} F(z)$
- Θεώρημα αρχικής τιμής  $f[0] = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$
- Θεώρημα τελικής τιμής (εάν  $z=1$  είναι στην περιοχή σύγκλισης)  $\lim_{n \rightarrow \infty} f[n] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)F(z)$

# Πίνακας Μετασχηματισμών Laplace

$u(t)$	$\longleftrightarrow$	$\frac{1}{s}$	για $\text{Re}(s) > 0$
$e^{at}u(t)$	$\longleftrightarrow$	$\frac{1}{s-a}$	για $\text{Re}(s) > \text{Re}(a)$
$tu(t)$	$\longleftrightarrow$	$\frac{1}{s^2}$	για $\text{Re}(s) > 0$
$t^n e^{at}u(t)$	$\longleftrightarrow$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	για $\text{Re}(s) > \text{Re}(a)$
$e^{j\omega t}u(t)$	$\longleftrightarrow$	$\frac{1}{s+j\omega}$	για $\text{Re}(s) > 0$
$\cos(\omega t)u(t) = \left(\frac{1}{2}e^{j\omega t} + \frac{1}{2}e^{-j\omega t}\right)u(t)$	$\longleftrightarrow$	$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{s-j\omega} + \frac{1}{s+j\omega} \right) = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$	για $\text{Re}(s) > 0$
$e^{-at}\cos(\omega_0 t)u(t)$	$\longleftrightarrow$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	
$e^{-at}\sin(\omega_0 t)u(t)$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	

## Ιδιότητες ML

- Γραμμικός
- Μετάθεση χρόνου
- Μετάθεση Συχνότητας
- Παράγωγος στον χρόνο
- Παράγωγος στην συχνότητα
- Κλιμάκωση
- Ολοκλήρωση στο χρόνο
- Ολοκλήρωση στη συχνότητα
- Περιοδικότητα
- Αρχική Τιμή
- Τελική Τιμή
- Συνέλιξη στο Χρόνο
- Συνέλιξη στη Συχνότητα

$$\begin{aligned}
 af_1(t) + bf_2(t) &\leftrightarrow aF_1(s) + bF_2(s) \\
 f(t-a)u(t-a) &\leftrightarrow F(s)e^{-as} \\
 f(t)e^{-at} &\leftrightarrow F(s+a) \\
 f'(t) &\leftrightarrow sF(s) - f(0) \\
 (-t)^n f(t) &\leftrightarrow \frac{d^n F(s)}{ds^n} \\
 f(at) &\leftrightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \\
 \int_0^t f(\tau) d\tau &\leftrightarrow \frac{F(s)}{s} \\
 \frac{f(t)}{t} &\leftrightarrow \int_0^\infty F(r) dr \\
 f(t-nT) &\leftrightarrow \frac{\int_0^T f(\tau)e^{-s\tau} d\tau}{1-e^{-sT}} \\
 \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) &= f(0^-) \\
 \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) &= f(\infty) \\
 \int_0^\infty f_1(\tau) * f_2(t-\tau) d\tau &= f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(s)F_2(s) \\
 f_1(t)f_2(t) &\leftrightarrow \frac{1}{2\pi j} F_1(s) * F_2(s)
 \end{aligned}$$