

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ II

(2013-2014)

ΠΡΟΕΡΓΑΣΙΕΣ ΚΑΙ ΘΕΜΑΤΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΑΣΚΗΣΗ 1	2
<ul style="list-style-type: none"> • Ημιτονοειδής μόνιμη κατάσταση (ΗΜΚ). • Νόμος του Ohm. • Διαιρέτης ρεύματος - τάσης. • Νόμοι του Kirchhoff. • Θεωρήματα Thevenin και Επαλληλίας. 	
ΑΣΚΗΣΗ 2	18
<ul style="list-style-type: none"> • Συνάρτηση μεταφοράς. • Αναλογικά παθητικά φίλτρα πρώτης και δεύτερης τάξης. • Συντονισμός σειράς. • Παράλληλος συντονισμός. 	
ΑΣΚΗΣΗ 3	45
<ul style="list-style-type: none"> • Ισχύς και ενέργεια στην (ΗΜΚ). • Βελτίωση συντελεστή ισχύος (cosφ) σε σύνθετα ηλεκτρικά παθητικά φορτία. • Μέγιστη μεταφορά ισχύος. • Τριφασικά συμμετρικά και ασύμμετρα κυκλώματα. 	
Ενδεικτικά θέματα εξετάσεων εργαστηρίου	61

ΜΑΡΑΝΤΑΣ Γ. ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός – Ηλεκτρονικός

ΑΣΚΗΣΗ 1

- Ημιτονοειδής μόνιμη κατάσταση (ΗΜΚ).
- Νόμος του Ohm.
- Διαιρέτης ρεύματος - τάσης.
- Νόμοι του Kirchhoff.
- Θεωρήματα Thevenin και Επαλληλίας.

ΠΡΟΕΡΓΑΣΙΑ.

1. Στο κύκλωμα του Σχ., να υπολογισθούν:

α). Η ολική αντίσταση ($\bar{Z}_{ολ.}$) από τα άκρα της πηγής.

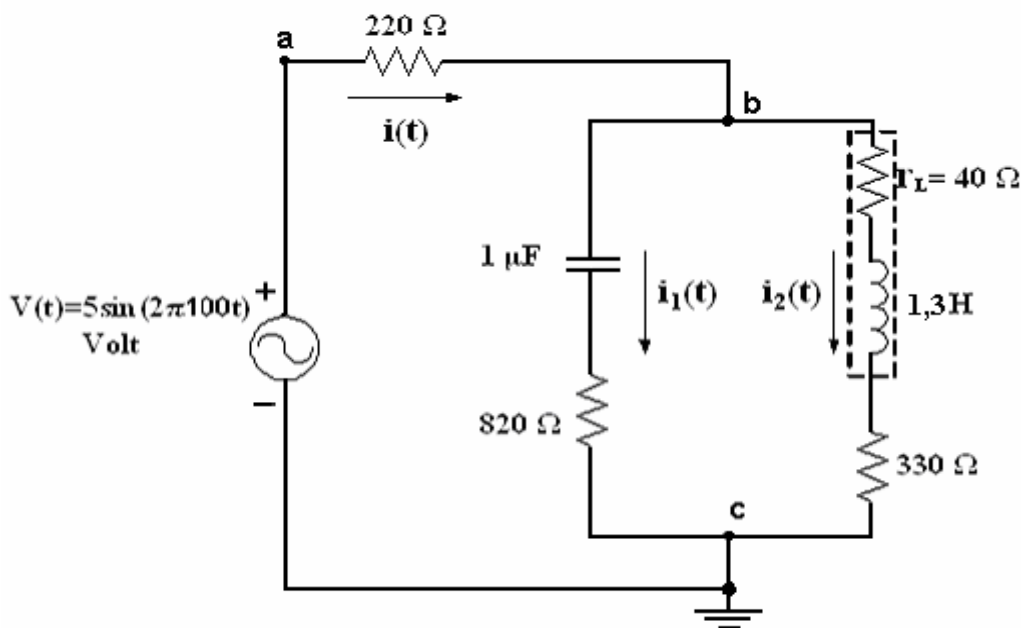
β). Τα ρεύματα (\bar{I}), (\bar{I}_1) και (\bar{I}_2). Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: ($\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$).

γ). Οι τάσεις (\bar{V}_{a-b}) και (\bar{V}_{b-c}). Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: ($\bar{V} = \bar{V}_{a-b} + \bar{V}_{b-c}$).

δ). Με δεδομένο ότι όλες οι τάσεις και τα ρεύματα, αναφέρονται ως προς την πηγή τροφοδοσίας του κυκλώματος, που λαμβάνεται με όρισμα μηδέν ($\phi=0$), να τοποθετηθούν όλα τα παραπάνω μεγέθη που υπολογίσατε στο μιγαδικό επίπεδο.

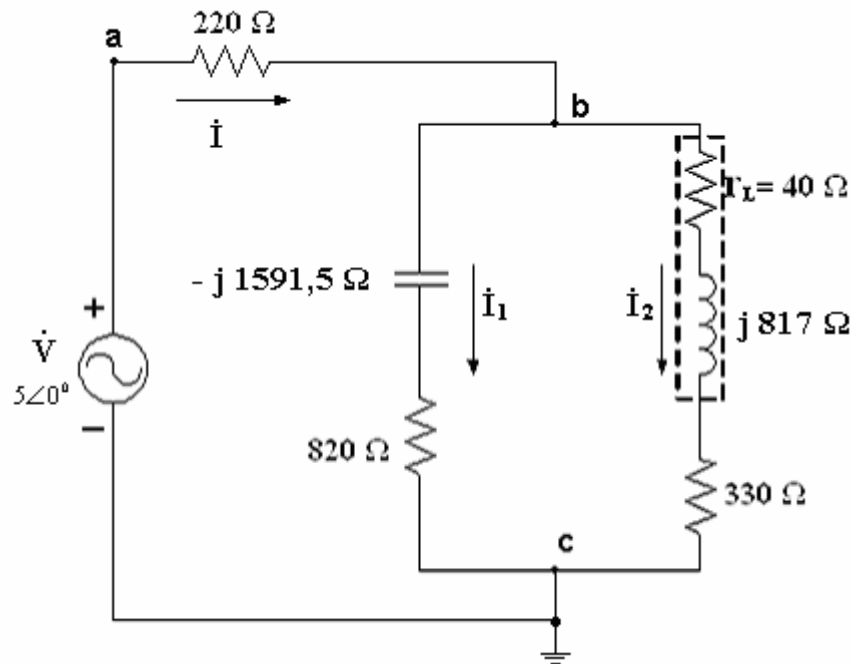
ε). Να γραφούν οι σχέσεις των: $i(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$, $V_{a-b}(t)$ και $V_{b-c}(t)$.

στ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του Σχ.1 και να μετρηθούν τα ρεύματα (\bar{I}), (\bar{I}_1), (\bar{I}_2) και οι τάσεις (\bar{V}_{a-b}) και (\bar{V}_{b-c}).



Σχήμα 1.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας είναι αυτό που ακολουθεί:



α).

$$\dot{Z}_{ολ.} = 220 + \frac{(820 - j1591,5)(330 + 40 + j817)}{820 + 330 + 40 + j817 - j1591,5} = 1136 + j663 = 1315,32 \angle 30,26^\circ \Omega.$$

β). $\dot{i} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}_{ολ.}} = \frac{5 \angle 0^\circ}{1315,32 \angle 30,26^\circ} = 3,282 - j1,915 = 3,8 \angle -30,26^\circ \text{ mA}.$

$$\dot{i}_1 = \dot{i} \frac{370 + j817}{1190 - j774,5} = 0,884 + j2,23 = 2,4 \angle 68,37^\circ \text{ mA}.$$

$$\dot{i}_2 = \dot{i} \frac{820 - j1591,5}{1190 - j774,5} = 2,395 - j4,148 = 4,79 \angle -60^\circ \text{ mA}.$$

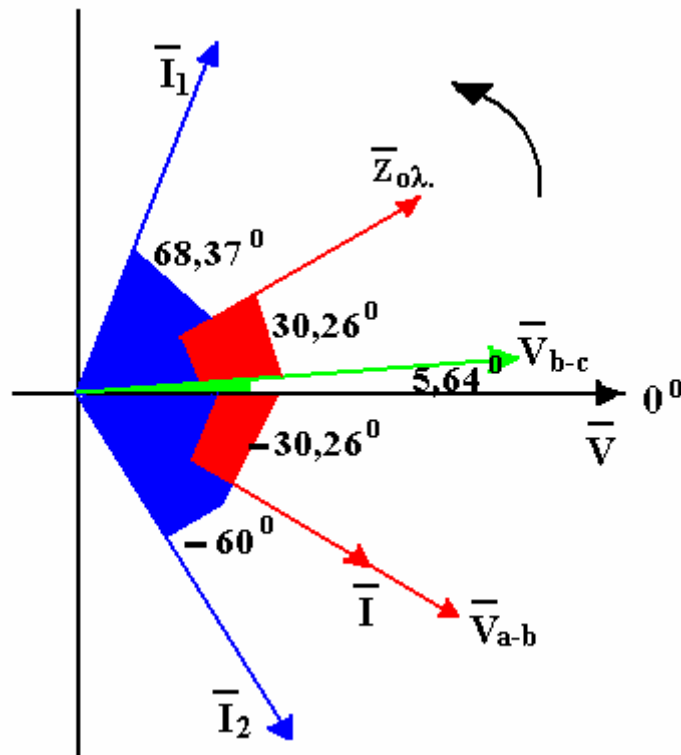
$$\dot{i}_1 + \dot{i}_2 = 3,279 - j1,918 = \dot{i} \text{ άρα ισχύει η σχέση.}$$

γ). $\dot{V}_{a-b} = \dot{V} \frac{220}{\dot{Z}_{ολ.}} = 0,722 - j0,421 = 0,836 \angle -30,26^\circ \text{ Volt}.$

$$\dot{V}_{b-c} = \dot{V} \frac{1130,89 \angle 35,9^\circ}{\dot{Z}_{ολ.}} = 4,278 + j0,421 = 4,299 \angle 5,46^\circ$$

$$\dot{V}_{a-b} = 0,722 - j0,421 + 4,278 + j0,421 = 5 = \dot{V} \text{ άρα ισχύει η σχέση.}$$

δ). Τα παραπάνω διανυσματικά μεγέθη στο επίπεδο του Gauss φαίνονται παρακάτω. Υπόψη, τα μήκη των διανυσμάτων δεν αντιστοιχούν στις ακριβείς τιμές τους.



ε). Τα υπολογισμένα μεγέθη στο πεδίο του χρόνου είναι:

$$i(t) = 3,8 \sin (2\pi 100t - 30,26^0) \text{ mA}$$

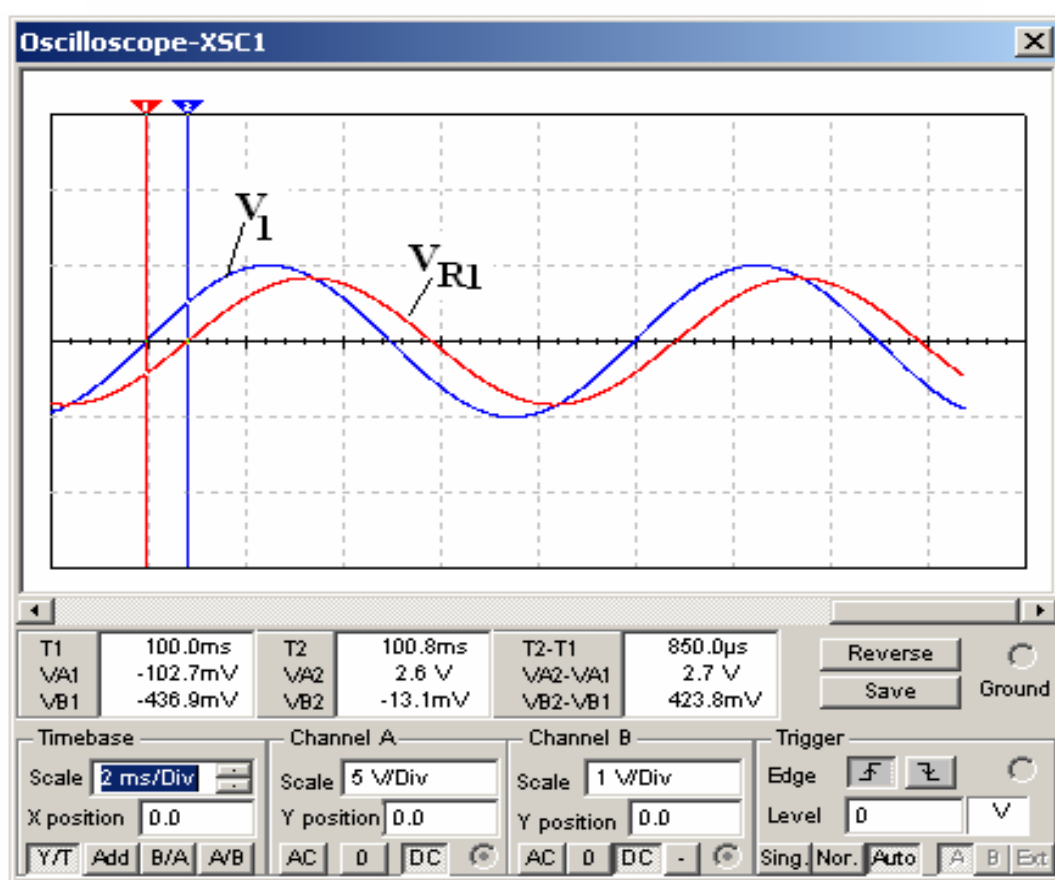
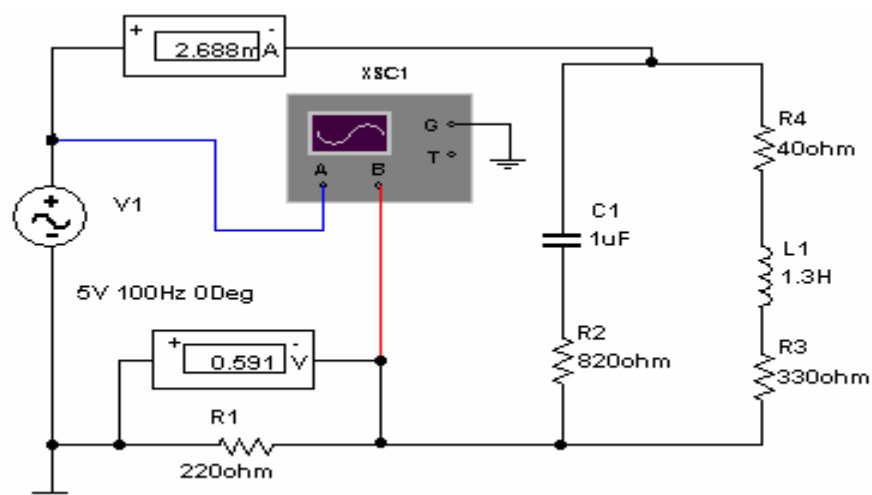
$$i_1(t) = 2,4 \sin (2\pi 100t + 68,37^0) \text{ mA}$$

$$i_2(t) = 4,79 \sin (2\pi 100t - 60^0) \text{ mA}$$

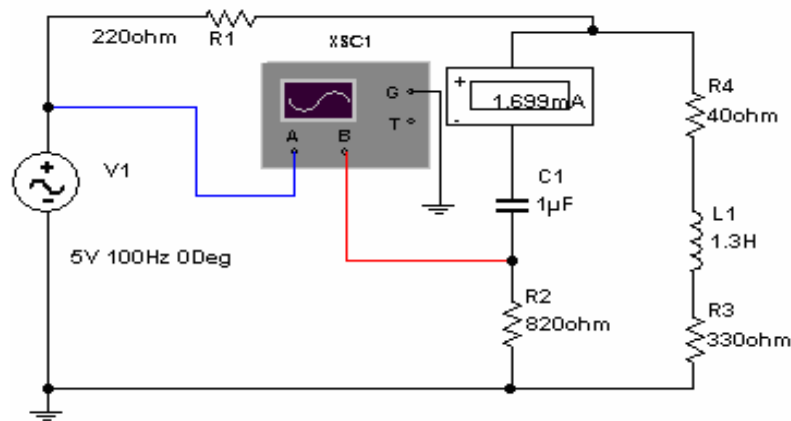
$$V_{a-b}(t) = 0,836 \sin (2\pi 100t - 30,26^0) \text{ Volt}$$

$$V_{b-c}(t) = 4,299 \sin (2\pi 100t + 5,64^0) \text{ Volt}$$

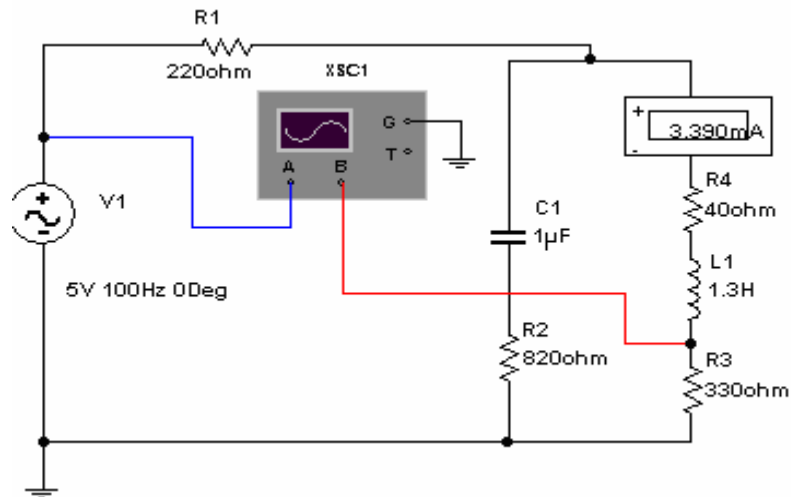
στ). Το κύκλωμα για τη μέτρηση του ρεύματος (i) και της τάσης (V_{a-b}) με τη βοήθεια του **multisim**, είναι αυτό που ακολουθεί. Τα όργανα δείχνουν ενεργές τιμές. Θα μπορούσαμε να παραλείψουμε τα όργανα και να μετρήσουμε τα παραπάνω μεγέθη από τις κυματομορφές. Η διαφορά φάσης μεταξύ ρεύματος (i) και της πηγής τροφοδοσίας είναι ($-30,6^0$) δηλ. το ρεύμα καθυστερεί έναντι της πηγής. Η ίδια διαφορά φάσης υπάρχει και στην τάση (V_{a-b}) μια και η διαφορά φάσης μεταξύ ρεύματος και τάσης σε ωμικό αντιστάτη είναι η ίδια.



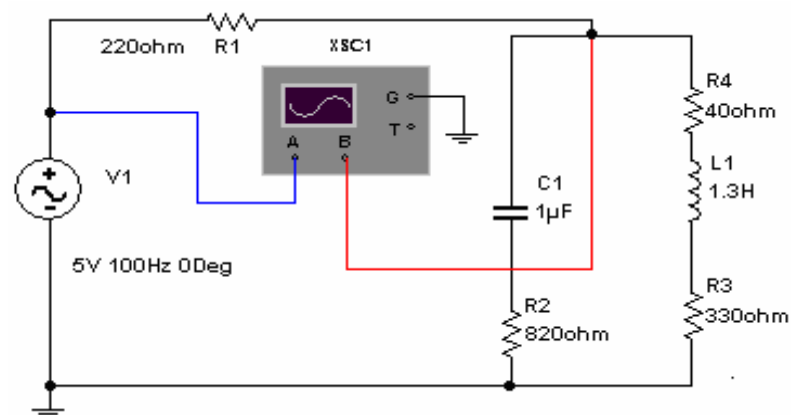
Το κύκλωμα για τη μέτρηση του ρεύματος (i_1) (μέτρο και όρισμα) είναι το παρακάτω. Η διαφορά φάσης του ρεύματος (i_1) και της τάσης της πηγής είναι $(68,4^\circ)$ δηλ. το ρεύμα προηγείται.



Το κύκλωμα για τη μέτρηση του ρεύματος (I_2) (μέτρο και όρισμα) είναι το παρακάτω. Η διαφορά φάσης του ρεύματος (I_2) και της τάσης της πηγής είναι ($-57,6^\circ$) δηλ. το ρεύμα καθυστερεί.



Το κύκλωμα για τη μέτρηση της τάσης (V_{b-c}) (μέτρο και όρισμα) είναι το παρακάτω. Η διαφορά φάσης της τάσης (V_{b-c}) και της τάσης της πηγής είναι ($5,04^\circ$) δηλ. η (V_{b-c}) προηγείται.

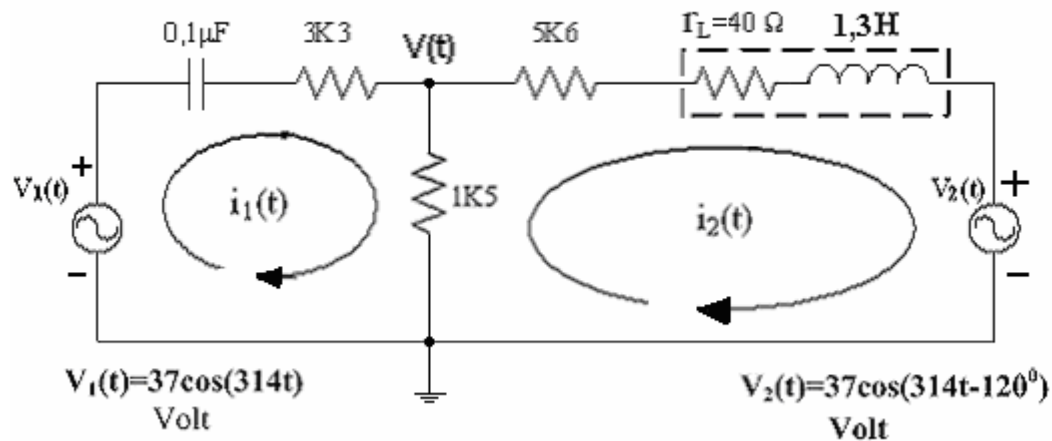


2. Στο κύκλωμα του **Σχ.2**, να υπολογισθούν:

α). Η κομβική τάση (\bar{V}).

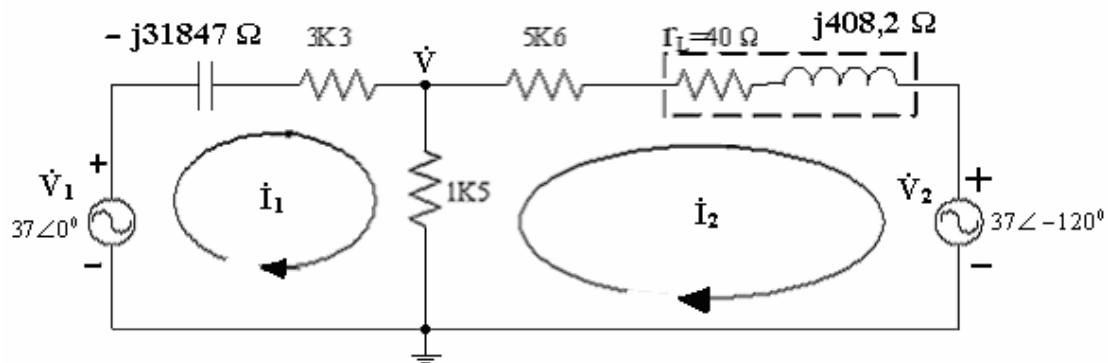
β). Τα βροχικά ρεύματα (\bar{I}_1), (\bar{I}_2) και η διαφορά τους ($\bar{I}_1 - \bar{I}_2$).

γ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.2** και να μετρηθούν τα ρεύματα (\bar{I}_1), (\bar{I}_2) και η κομβική τάση (\bar{V}).



Σχήμα 2.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



α). **Κόμβος** \dot{V} :
$$\frac{\dot{V}_1 - \dot{V}}{3300 - j31847} = \frac{\dot{V}}{1500} + \frac{\dot{V} - \dot{V}_2}{5600 + 40 + j408,2}$$

Λύνουμε ως προς (\dot{V}) και έχουμε: $\dot{V} = 8,9 \angle 109^\circ$ Volt.

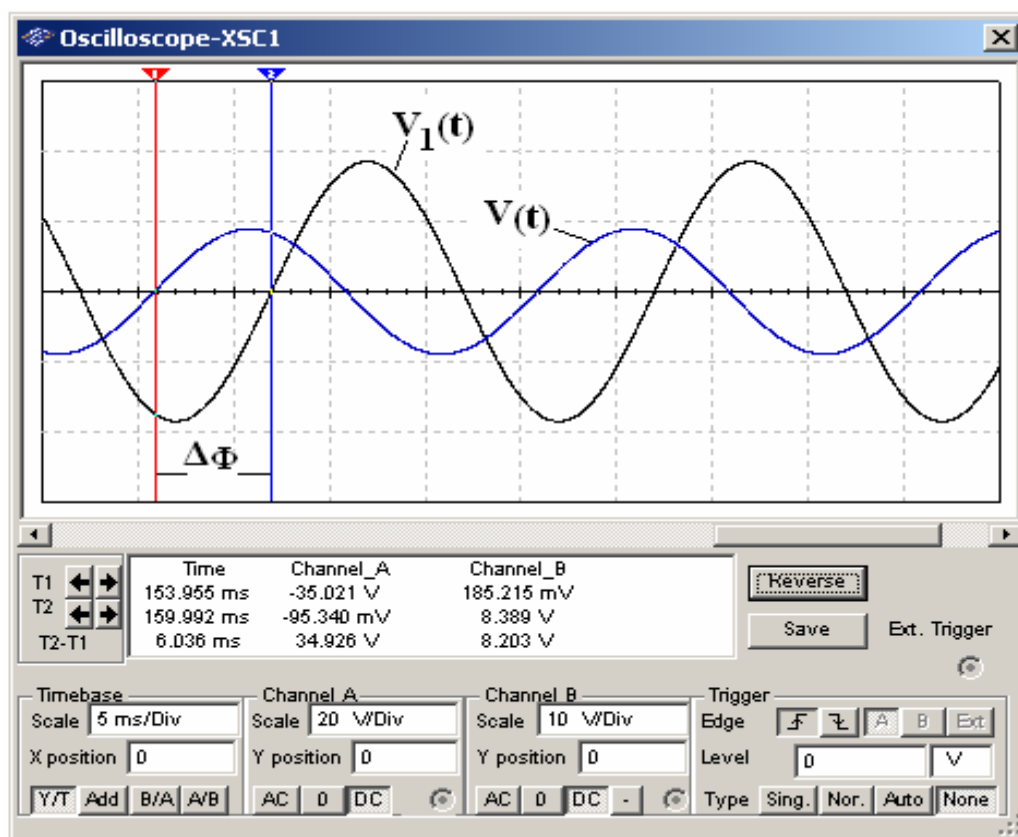
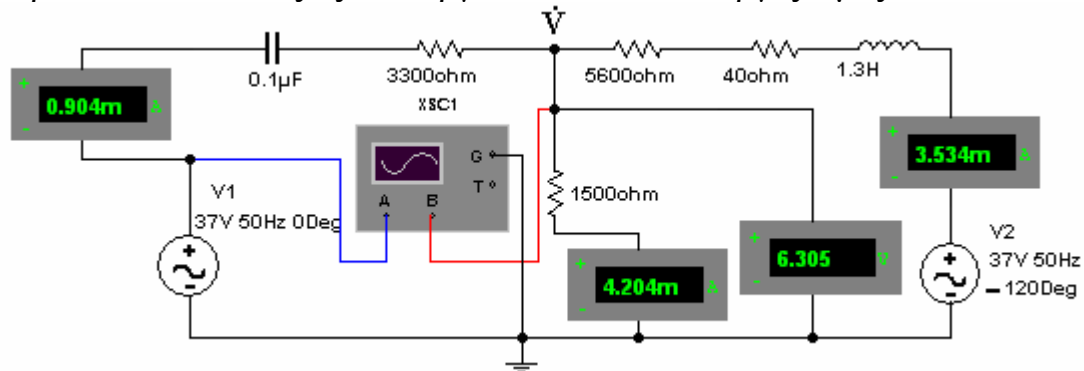
β). **Βρόχος** \dot{I}_1 : $\dot{V}_1 = (3300 - j31847) \dot{I}_1 - 1500 \dot{I}_2$ (1)

Βρόχος \dot{I}_2 : $0 = (1500 + 5600 + 40 + j408,2) \dot{I}_2 + \dot{V}_2 - 1500 \dot{I}_1$ (2)

Λύνουμε το παραπάνω σύστημα και έχουμε: $\dot{I}_1 = 1,278 \angle 72^\circ$ mA, $\dot{I}_2 = 5 \angle -60,6^\circ$ mA και $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 5,94 \angle 109^\circ$ mA.

Σημείωση: Όλα τα παραπάνω μεγέθη είναι πλάτη.

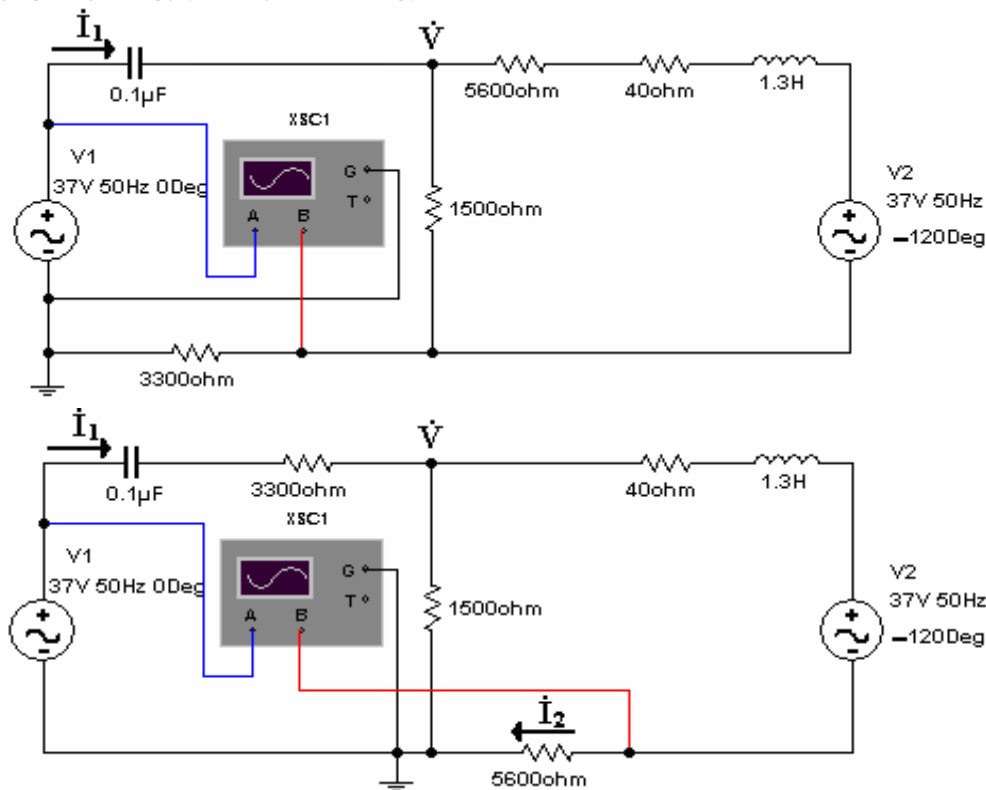
γ). Στο **multisim** (έκδοση 10), το κύκλωμα και τα αποτελέσματα της μέτρησης της κομβικής τάσης (\dot{V}) και των ρευμάτων, φαίνονται παρακάτω. Οι ενδείξεις των οργάνων είναι σε ενεργές τιμές.



Από τις καμπύλες βλέπουμε ότι η τάση προηγείται έναντι της πηγής (\dot{V}_1), που λαμβάνεται ως πηγή αναφοράς επειδή έχει όρισμα (0^0), κατά (109^0).

Τα κυκλώματα για τη μέτρηση της διαφοράς φάσης των βροχικών ρευμάτων (\dot{I}_1) και (\dot{I}_2), φαίνονται παρακάτω. Εδώ θα πρέπει να αναφέρουμε, ότι μεταξύ των αρνητικών άκρων των πηγών δεν υπάρχει αγωγή σύνδεση, αφού οι τάσεις των πηγών εμφανίζονται στα δευτερεύοντα τυλίγματα των μετασχηματιστών, που υποβιβάζουν το

τριφασικό σύστημα σε μικρότερες τάσεις. Αυτό φαίνεται και από τη διαφορά φάσης μεταξύ των πηγών που είναι (120°).



3. Στο κύκλωμα του **Σχ.3**, να υπολογισθούν:

α). Η τάση στο φορτίο ($R_L = 4,7K\Omega$).

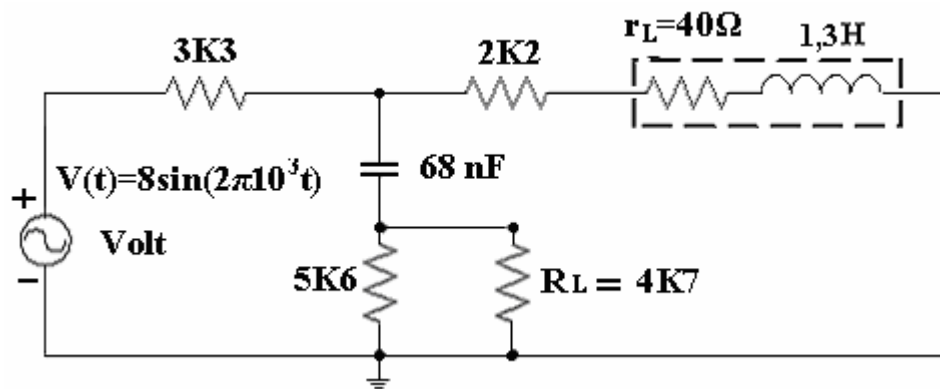
β). Η τάση Thevenin (\bar{V}_{th}) ή (\bar{V}_{oc}) από τα άκρα του φορτίου ($R_L = 4,7K\Omega$).

γ). Η αντίσταση Thevenin (\bar{Z}_{th}).

δ). Το ρεύμα βραχυκύκλωσης (\bar{I}_{sc}) και η $\left(\bar{Z}_{th} = \frac{\bar{V}_{th}}{\bar{I}_{sc}} \right)$.

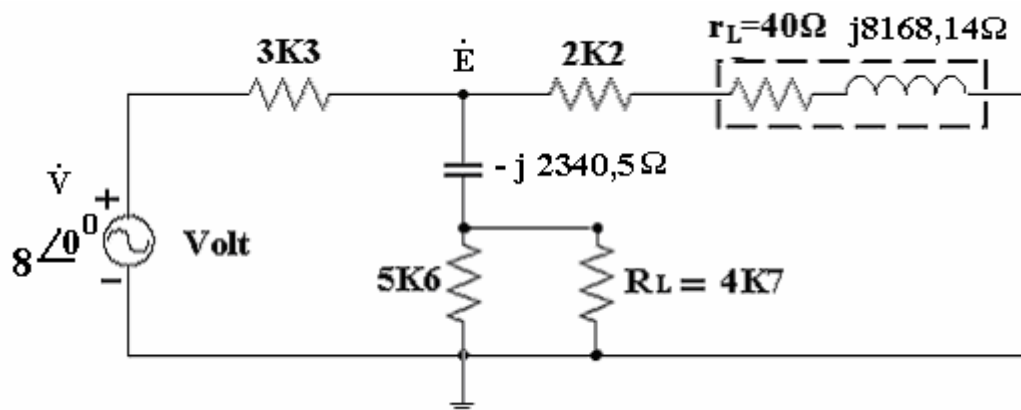
ε). Να σχεδιασθεί το ισοδύναμο **Thevenin**. Ποιά η τιμή της τάσης στο φορτίο ($R_L = 4,7K\Omega$);

στ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.3** και να μετρηθεί η (\bar{V}_{th}) και το (\bar{I}_{sc}). Να σχεδιασθεί το ισοδύναμο Thevenin και να μετρηθεί η τάση στο φορτίο ($R_L = 4,7K\Omega$); Η τιμή της τάσης στο φορτίο που μετράτε είναι ίδια με εκείνη που υπολογίσατε;



Σχήμα 3.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α). Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:

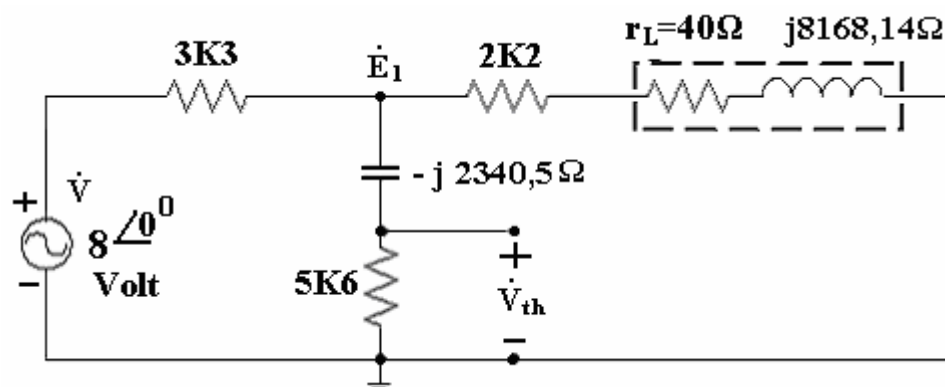


Κόμβος \dot{E} :
$$\frac{\dot{V} - \dot{E}}{3300} = \frac{\dot{E}}{\frac{R_L 5600}{R_L + 5600} - j2340,5} + \frac{\dot{E}}{2200 + 40 + j8168,14} \quad (1).$$

Λύνουμε τη σχέση (1) ως προς (\dot{E}) και έχουμε: $\dot{E} = 4,39 \angle -8,45^\circ$ Volt.

Με διαιρετή τάσης βρίσκουμε $\dot{V}_{RL} = 3,24 \angle 34,03^\circ$ Volt.

β). Αφαιρούμε το φορτίο και το κύκλωμα γίνεται:

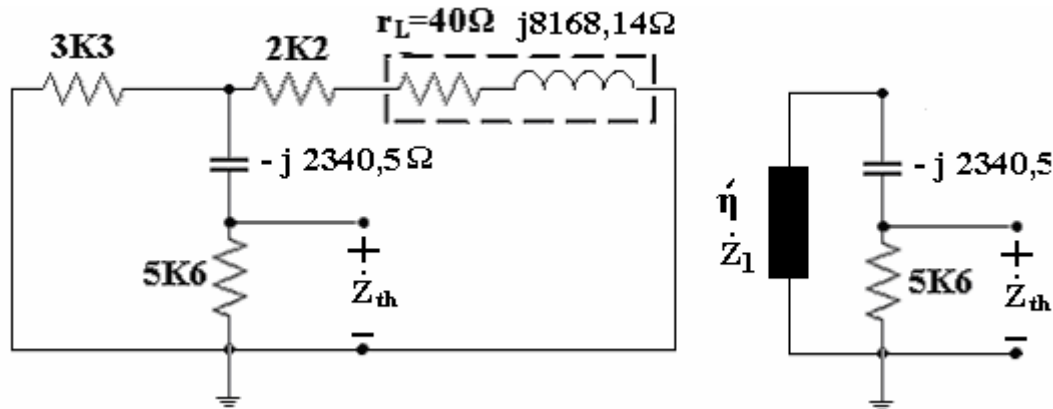


Κόμβος \dot{E}_1 :
$$\frac{\dot{V} - \dot{E}_1}{3300} = \frac{\dot{E}_1}{5600 - j2340,5} + \frac{\dot{E}_1}{2200 + 40 + j8168,14} \quad (2).$$

Λύνουμε τη σχέση (2) ως προς (\dot{E}_1) και έχουμε: $\dot{E}_1 = 4,964^{\angle 5,9^\circ}$ Volt.

Άρα: $\dot{V}_{th} = \dot{E}_1 \frac{5600}{5600 - j2340,5} = 4,58^{\angle 28,58^\circ}$ Volt.

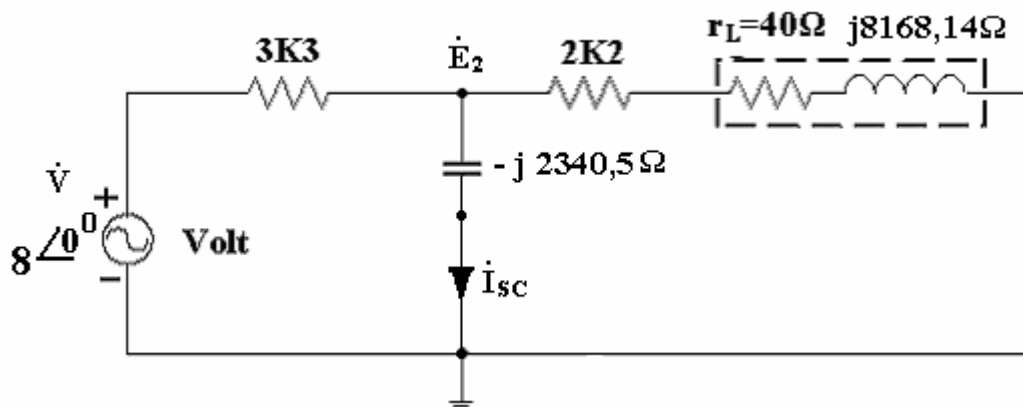
γ). Για να βρούμε την (\dot{Z}_{th}) βραχυκυκλώνουμε την πηγή και το κύκλωμα γίνεται:



$$\dot{Z}_{th} = \frac{(\dot{Z}_1 - j2340,5) \cdot 5600}{\dot{Z}_1 - j2340,5 + 5600} = 2024,5^{\angle -18,23^\circ} \Omega.$$

Όπου: $\dot{Z}_1 = \frac{3300 \cdot (2200 + 40 + j8116,14)}{3300 + 2200 + 40 + j8168,14} = 2682,6 + j913,77 \Omega.$

δ). Βραχυκυκλώνουμε τα άκρα όπου ήταν συνδεδεμένο το φορτίο και το κύκλωμα γίνεται:



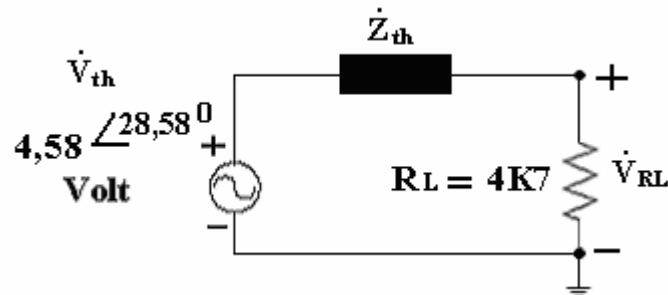
Κόμβος \dot{E}_2 :
$$\frac{\dot{V} - \dot{E}_2}{3300} = \frac{\dot{E}_2}{-j2340,5} + \frac{\dot{E}_2}{2200 + 40 + j8168,14} \quad (3).$$

Λύνουμε τη σχέση (3) ως προς (\dot{E}_2) και έχουμε:

$$\dot{E}_2 = 5,28 \angle -43,18^\circ \text{ Volt. Άρα:}$$

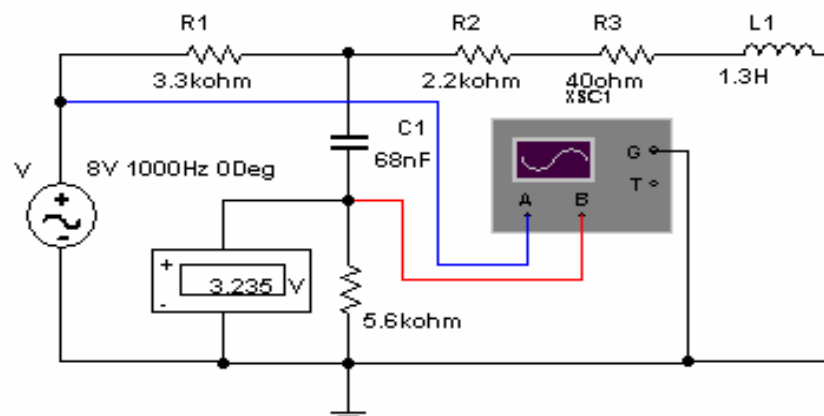
$$\dot{I}_{sc} = \frac{\dot{E}_2}{-j2340,5} = 2,256 \angle 46,82^\circ \text{ mA.}$$

ε). Το ισοδύναμο **Thevenin** είναι:



Επομένως: $\dot{V}_{RL} = \dot{V}_{th} \frac{R_L}{R_L + \dot{Z}_{th}} = 3,235 \angle 34,04^\circ \text{ Volt.}$

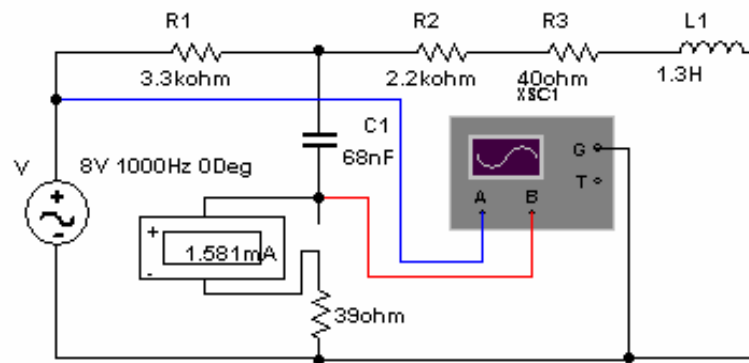
στ). Με το multisim, η τάση **Thevenin** δίνεται από το βολτόμετρο και με τον παλμογράφο συνδεδεμένο έτσι όπως δείχνεται στο κύκλωμα, έχουμε το όρισμα της τάσης **Thevenin**.



Έτσι έχουμε: $\dot{V}_{th} = 3,235 \sqrt{2} \angle 28,28^\circ \text{ Volt.}$

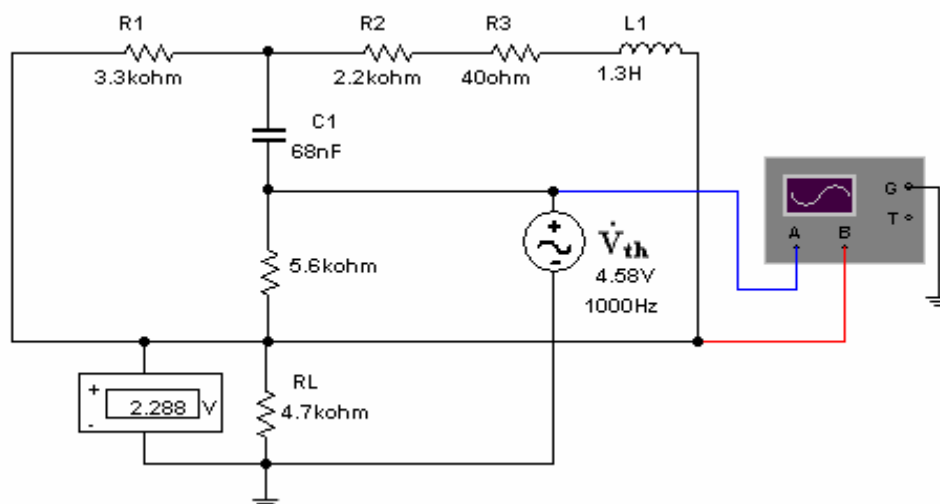
Για να βρούμε το όρισμα του ρεύματος βραχυκύκλωσης τοποθετούμε στα άκρα που ήταν συνδεδεμένο το φορτίο μία μικρή αντίσταση π.χ **39Ω**.

Τα αποτελέσματα φαίνονται από την ένδειξη του αμπερομέτρου, που είναι σε ενεργό τιμή και με τον παλμογράφο θα έχουμε το όρισμα του ρεύματος βραχυκύκλωσης.



Επομένως: $i_{SC} = 1,581\sqrt{2} \angle 48,2^0$ mA. Η αντίσταση $\dot{Z}_{th} = \frac{\dot{V}_{th}}{\dot{i}_{SC}} = 2,046 \angle -19,92^0$ Ω

Τέλος, το ισοδύναμο Thevenin καθώς και η τάση στο φορτίο είναι:



Σημείωση: Το όρισμα της τάσης στο φορτίο είναι $(+ 5,4^0)$ σε σχέση με το όρισμα της (V_{th}) , που έχει όρισμα $(+ 28,28^0)$. Άρα η τάση (V_{RL}) έχει όρισμα ως προς την πηγή, που το όρισμά της είναι (0^0) , $(5,4^0 + 28,28^0 = 33,68^0)$, που είναι και το αναμενόμενο αποτέλεσμα.

4. Στο κύκλωμα του **Σχ.4**, να υπολογισθούν:

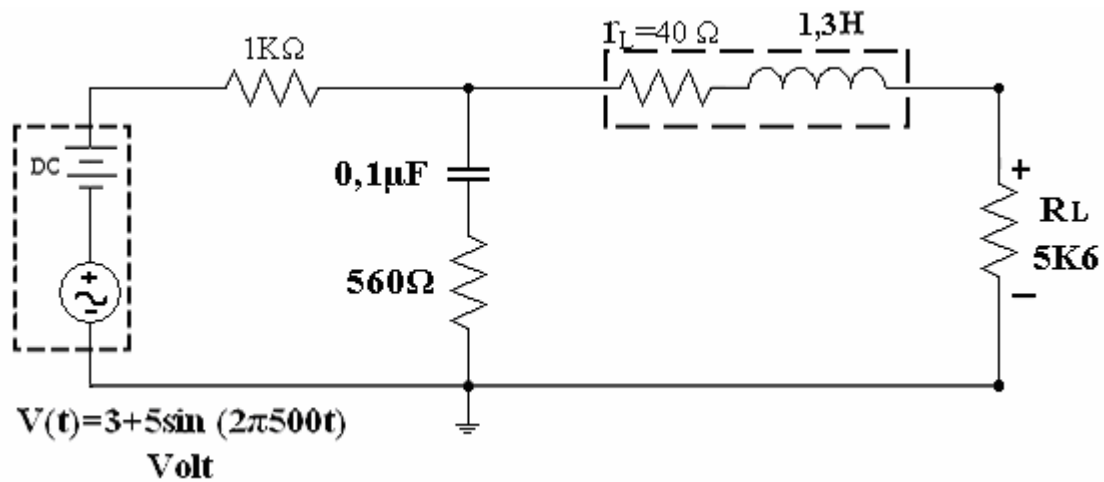
α). Η τάση (\bar{V}_{RL}) στο φορτίο ($R_L = 5K6$).

β). Η ενεργός τιμή της τάσης στο φορτίο ($R_L = 5K6$), με βάση τη γενική

σχέση: $V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [V(t)]^2 dt}$. Ποιό το συμπέρασμά σας;

γ). Ποιά η συμπεριφορά του κυκλώματος στο (AC);

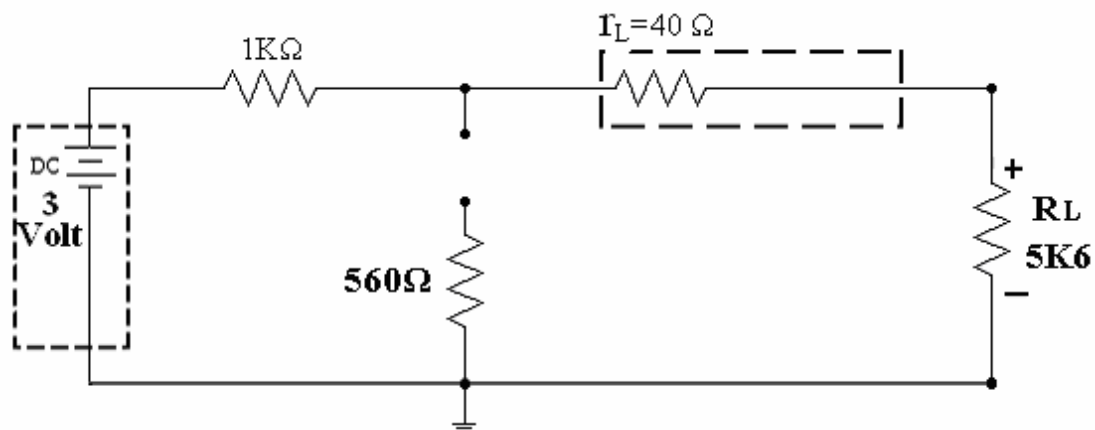
δ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.4**. Να γίνουν οι κατάλληλες μετρήσεις για να βρεθεί η τάση στο φορτίο ($R_L = 5K6$); Η τιμή της τάσης στο φορτίο που μετρήσατε είναι ίδια με εκείνη που υπολογίσατε;



Σχήμα 4.

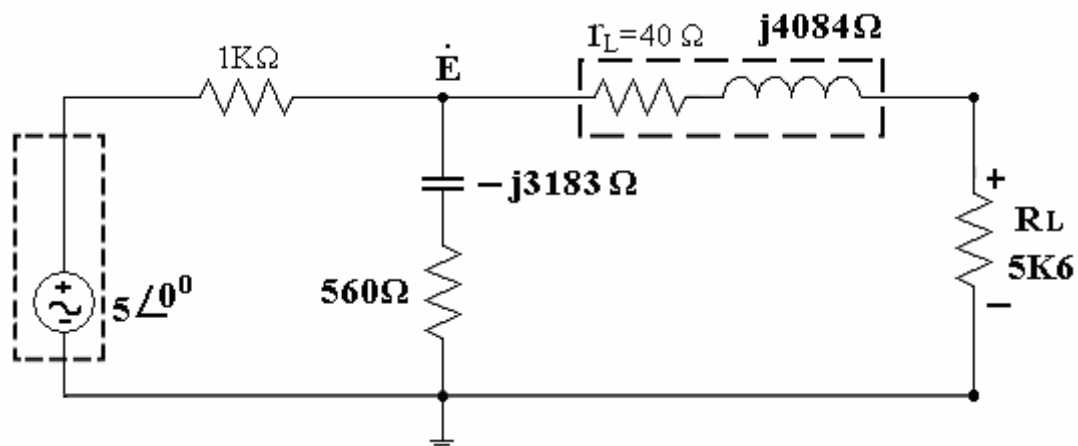
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α). Επειδή στο κύκλωμα έχουμε (DC) και (AC) πηγές εφαρμόζουμε επαλληλία.

Με την (DC) πηγή στο κύκλωμα έχουμε:



$$V_{RL(DC)} = 3 \cdot \frac{5600}{6640} = 2,53 \text{ Volt.}$$

Με την (AC) πηγή και στο πεδίο της συχνότητας το κύκλωμα γίνεται:



$$\textbf{Κόμβος } \dot{E}: \frac{\dot{V} - \dot{E}}{1000} = \frac{\dot{E}}{560 - j3183} + \frac{\dot{E}}{5640 + j4084} \quad (1).$$

Λύνουμε τη σχέση (1) ως προς (\dot{E}) και έχουμε: $\dot{E} = 4,1988 \angle -12,6^\circ$ Volt.

$$\textbf{Άρα: } \dot{V}_{RL(AC)} = \dot{E} \frac{5600}{5640 + j4084} = 3,376 \angle -48,5^\circ \text{ Volt.}$$

Στο πεδίο του χρόνου θα έχουμε: $V_{RL}(t) = 2,53 + 3,37 \sin(2\pi 500 t - 48,5^\circ)$ Volt.

β). Η ενεργός τιμή της τάσης στο φορτίο θα είναι:

$$\left(V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [V(t)]^2 dt} = \sqrt{(2,53)^2 + \left(\frac{3,376}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,478 \text{ Volt} \right)$$

Συμπέρασμα: Η ενεργός τιμή σήματος με **(DC)** και **(AC)** συνιστώσα, είναι ίση με το αποτέλεσμα της τετραγωνικής ρίζας του αθροίσματος των τετραγώνων της **(DC)** συνιστώσας και της ενεργού τιμής της **(AC)** συνιστώσας.

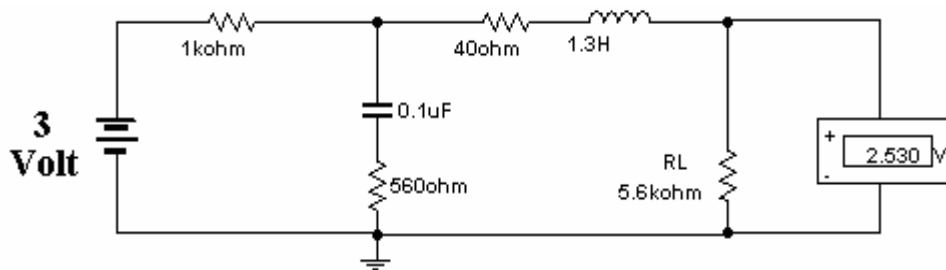
γ). Η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης **(AC)** της πηγής και του ρεύματος (\dot{I}) που δημιουργεί στο κύκλωμα, θα μας δώσει τη συμπεριφορά του κυκλώματος. Αν το ρεύμα προηγείται, που σημαίνει ότι το ρεύμα έχει θετικό όρισμα, τότε η συμπεριφορά θα είναι **χωρητική**. Αν το ρεύμα καθυστερεί, που σημαίνει αρνητικό όρισμα στο ρεύμα, η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι **επαγωγική**. Τέλος, αν είναι συμφασικά, τότε το κύκλωμα συμπεριφέρεται σαν ωμική αντίσταση και έχουμε **ωμική** συμπεριφορά.

Στο **(AC)** κύκλωμα το ρεύμα της πηγής είναι:

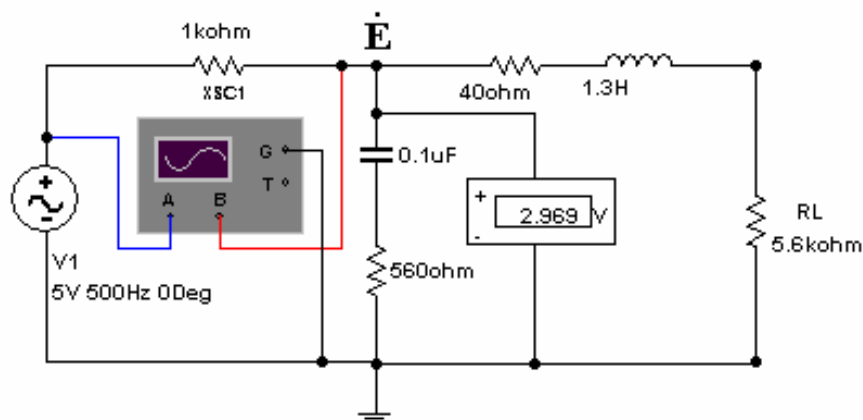
$$\dot{I} = \frac{\dot{V} - \dot{E}}{1000} = \frac{5 \angle 0^\circ - 4,1988 \angle -12,6^\circ}{1000} = 1,28 \angle 45,42^\circ \text{ mA. Άρα το ρεύμα}$$

προηγείται της τάσης της πηγής που σημαίνει ότι η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι χωρητική.

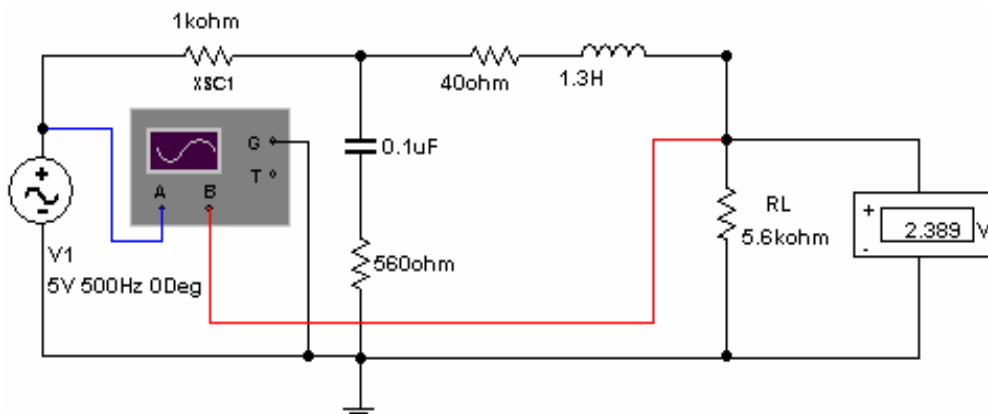
δ). Με το multisim και με την **(DC)** πηγή στο κύκλωμα, η ένδειξη του βολτόμετρου αντιστοιχεί σε **(DC)** τάση και είναι (2,53 Volt).



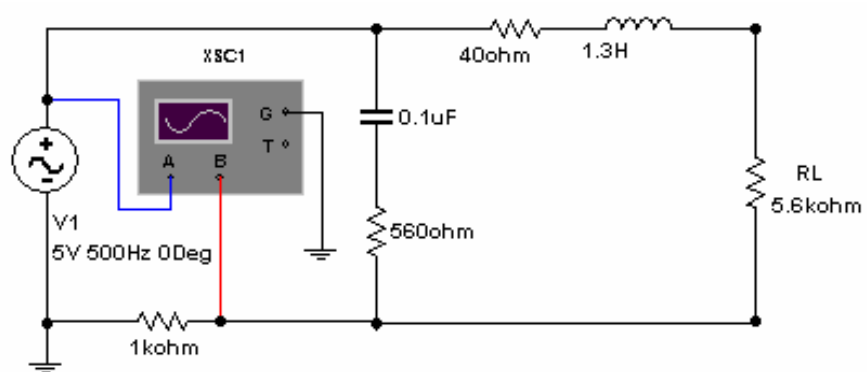
Με την (AC) πηγή στο κύκλωμα, η κομβική τάση (\dot{E}) (μέτρο και όρισμα) δίνονται από την ένδειξη του βολτόμετρου, που είναι σε ενεργό τιμή και το όρισμα από τις καμπύλες. Έτσι έχουμε: $\dot{E} = 4,198 \angle -12,6^\circ \text{ Volt}$.



Με την (AC) πηγή στο κύκλωμα, η τάση (\dot{V}_{RL}) (μέτρο και όρισμα) δίνονται από την ένδειξη του βολτόμετρου, που είναι σε ενεργό τιμή και το όρισμα από τις καμπύλες. Έτσι έχουμε: $\dot{V}_{RL} = \sqrt{2} \cdot 2,389 \angle -46,8^\circ \text{ Volt}$.



Για τη συμπεριφορά του κυκλώματος συναρμολογούμε το κύκλωμα, όπως φαίνεται παρακάτω και με βάση τις καμπύλες, το ρεύμα προηγείται έναντι της τάσης της πηγής. Άρα χωρητική συμπεριφορά.



ΑΣΚΗΣΗ 2

- Συνάρτηση μεταφοράς.
- Αναλογικά παθητικά φίλτρα πρώτης και δεύτερης τάξης.
- Συντονισμός σειράς.
- Παράλληλος συντονισμός.

ΠΡΟΕΡΓΑΣΙΑ.

1. Το κύκλωμα του **Σχ.1**, είναι ένα βαθυπερατό φίλτρο. Να υπολογισθούν:

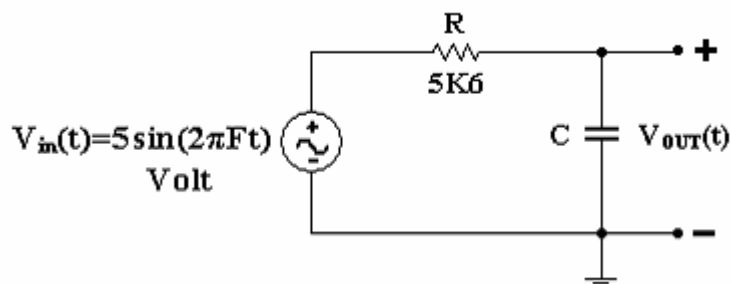
α). Η τιμή του πυκνωτή (**C**), έτσι ώστε η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου να είναι (**F_C=284,2 Hz**).

β). Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς $\left[H(j\omega) = \frac{\dot{V}_{OUT}(j\omega)}{\dot{V}_{IN}(j\omega)} \right]$.

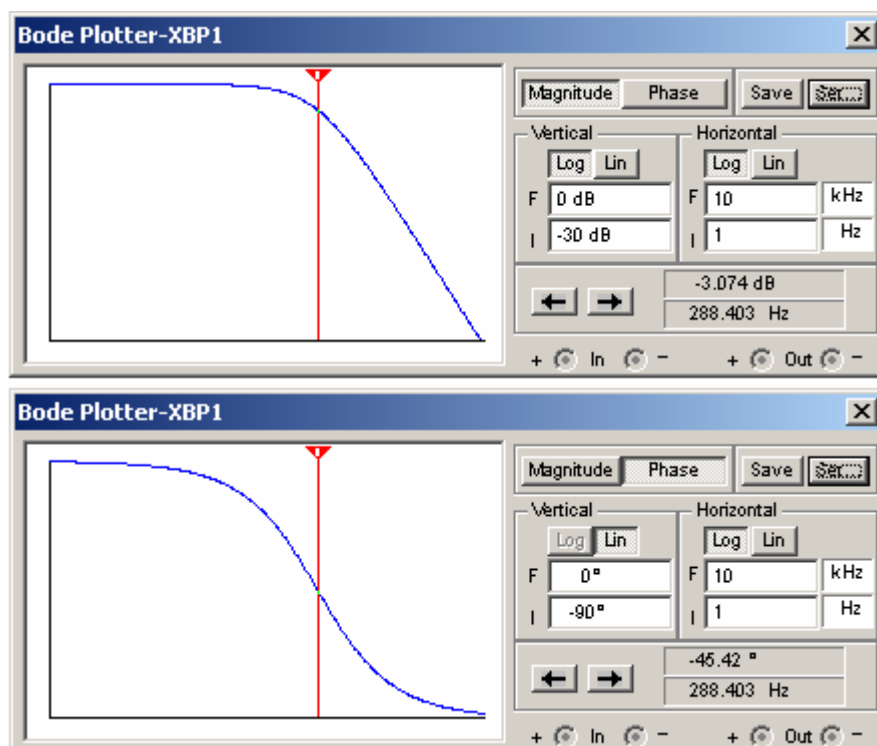
γ). Ποιά η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ σε (**db**), στις συχνότητες (**F=0 Hz**), (**F=F_C**), (**F=2 F_C**), (**F=10 F_C**) και (**F → ∞**); Πώς ονομάζεται και πόση είναι η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ για (**F=2 F_C**) και (**F=10 F_C**); Να χαραχθεί κατά προσέγγιση, η καμπύλη πλάτους του φίλτρου και να σημειωθεί πάνω της η συχνότητα αποκοπής (**F_C**) και το εύρος ζώνης (**W**) του φίλτρου.

δ). Ποιά η διαφορά φάσης του σήματος της εξόδου σε σχέση με εκείνο της εισόδου, στις συχνότητες (**F=0 Hz**), (**F=F_C**) και (**F → ∞**); Να χαραχθεί κατά προσέγγιση, η καμπύλη φάσης του φίλτρου και να σημειωθεί πάνω της η συχνότητα αποκοπής (**F_C**).

ε). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), που κάνει την προσομοίωση κυκλωμάτων, να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.1** και να παρθούν οι καμπύλες πλάτους και φάσης του φίλτρου. Είναι όμοιες οι καμπύλες σας με εκείνες της **Εικ.1**; Για ποια περιοχή συχνοτήτων το μέτρο $|H(j\omega)|$ είναι σταθερό; Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ σε (**db**), για (**F=F_C**), (**F=2 F_C**), και (**F=10 F_C**); Πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου για (**F=1 Hz**), (**F=F_C**) και (**F=100 KHz**); Στην έξοδο του φίλτρου συνδέστε φορτίο (**R_L=50 Ω**). Τα χαρακτηριστικά του φίλτρου παραμένουν τα ίδια; Αν όχι, δώστε λύση στο πρόβλημα που ανακύπτει.



Σχήμα 1. Βαθυπερατό παθητικό φίλτρο πρώτης τάξης.

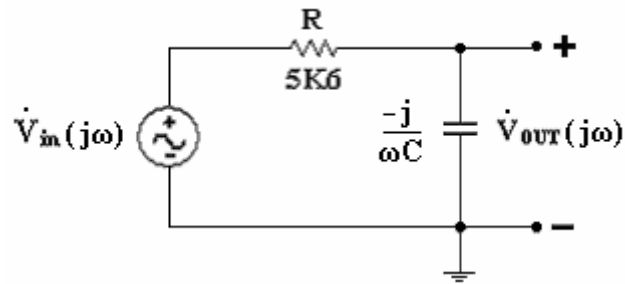


Εικόνα 1. Καμπύλη πλάτους και φάσης του φίλτρου του Σχ.1.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α). Σαν βαθυπερατό φίλτρο που είναι, η συχνότητα αποκοπής (F_c) δίνεται από τη σχέση: $F_c = \frac{1}{2\pi RC}$ (1).

Στη σχέση (1) ο μόνος άγνωστος είναι το (C). Λύνουμε ως προς (C) και έχουμε (C = 0,1 μF).

β). Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας είναι το παρακάτω.



Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου είναι:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{V}_{OUT}(j\omega)}{\dot{V}_{IN}(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\frac{F}{F_C}}, \text{ όπου } (F_C) \text{ είναι η συχνότητα αποκοπής.}$$

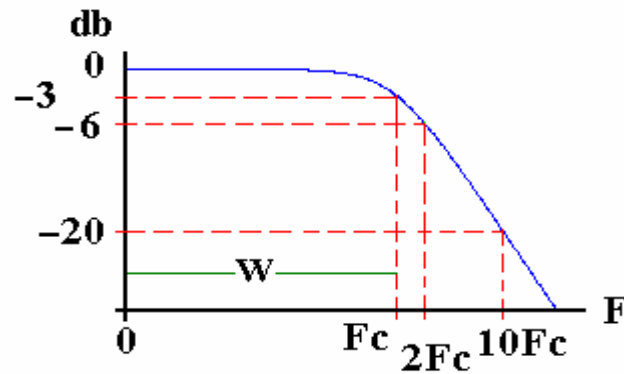
γ). Η τιμή του μέτρου **(σε db)** της συνάρτησης μεταφοράς για διάφορες συχνότητες δίνεται από τη σχέση:

$$db = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{F}{F_C}\right)^2}}$$

- Για $F = 0 \text{ Hz} \rightarrow db = 20 \log (1) = 0 \text{ db}$
- Για $F = F_C \rightarrow db = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = - 3 \text{ db}$
- Για $F = 2 F_C \rightarrow db = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right) = - 6,98 \text{ db (οκτάβα)}$
- Για $F = 10 F_C \rightarrow db = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{101}} \right) = - 20 \text{ db (δεκάδα)}$
- Για $F \rightarrow \infty \rightarrow db = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{101}} \right) = - \infty$

Για **($F = 2 F_C$)** η εξασθένηση του σήματος εξόδου είναι περίπου **(- 6 db)**, ενώ για **($F = 10 F_C$)** η εξασθένηση είναι **(- 20 db)**. Αυτή η εξασθένηση είναι σταθερή για κάθε διπλασιασμό **(- 6 db)** ή δεκαπλασιασμό **(- 20 db)** της συχνότητας πέραν της συχνότητας αποκοπής (F_C).

Η καμπύλη πλάτους του βαθυπερατού φίλτρου είναι:

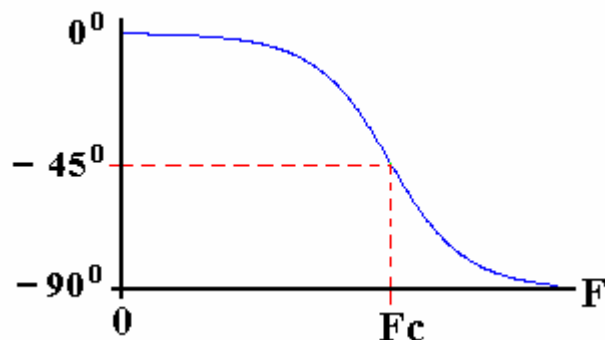


δ). Η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου είναι αρνητική δηλ. το σήμα στην έξοδο θα **καθυστερεί** σε σχέση με εκείνο της εισόδου και δίνεται από τη σχέση:

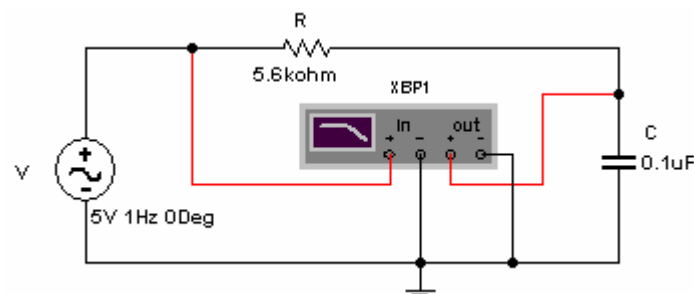
$$\Phi^0 = 0^0 - \arctan\left(\frac{F}{F_c}\right)$$

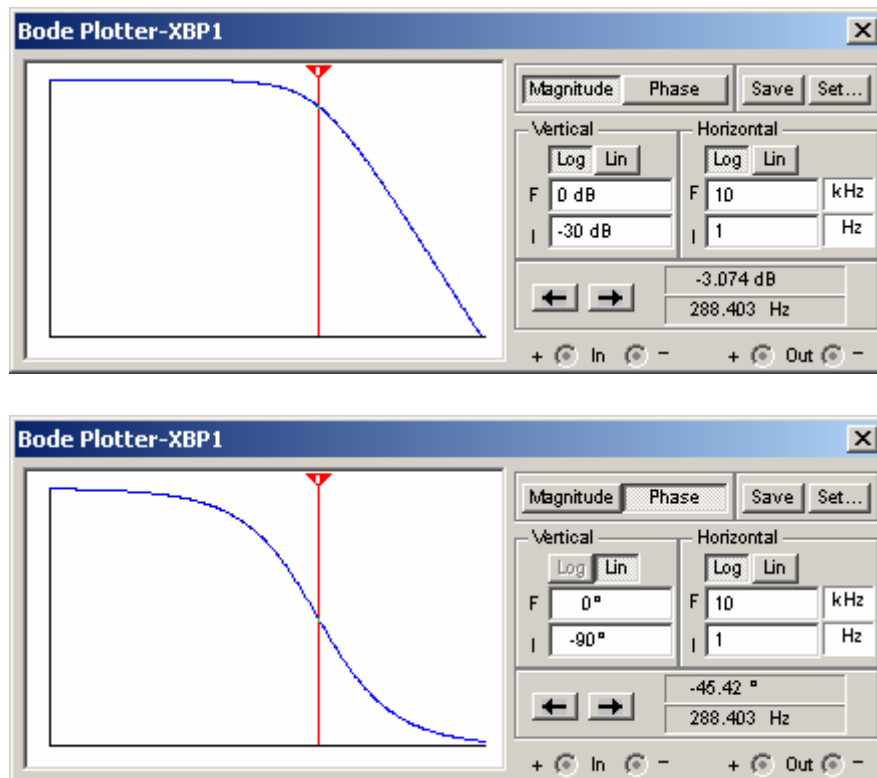
- Για $F = 0 \text{ Hz} \rightarrow \Phi^0 = -\arctan(0) = 0^0$
- Για $F = F_c \rightarrow \Phi^0 = -\arctan(1) = -45^0$
- Για $F \rightarrow \infty \rightarrow \Phi^0 = -\arctan(\infty) = -90^0$

Η καμπύλη φάσης του βαθυπερατού φίλτρου είναι:



ε). Το κύκλωμα στο **multisim**, ο τρόπος σύνδεσης του **BODE PLOTTER** και οι καμπύλες **πλάτους** και **φάσης** φαίνονται παρακάτω.





Οι καμπύλες είναι όμοιες με εκείνες της **Εικ.1**. Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς είναι σταθερό (**0 db**), για μια περιοχή συχνοτήτων (**0 – 47 Hz**).

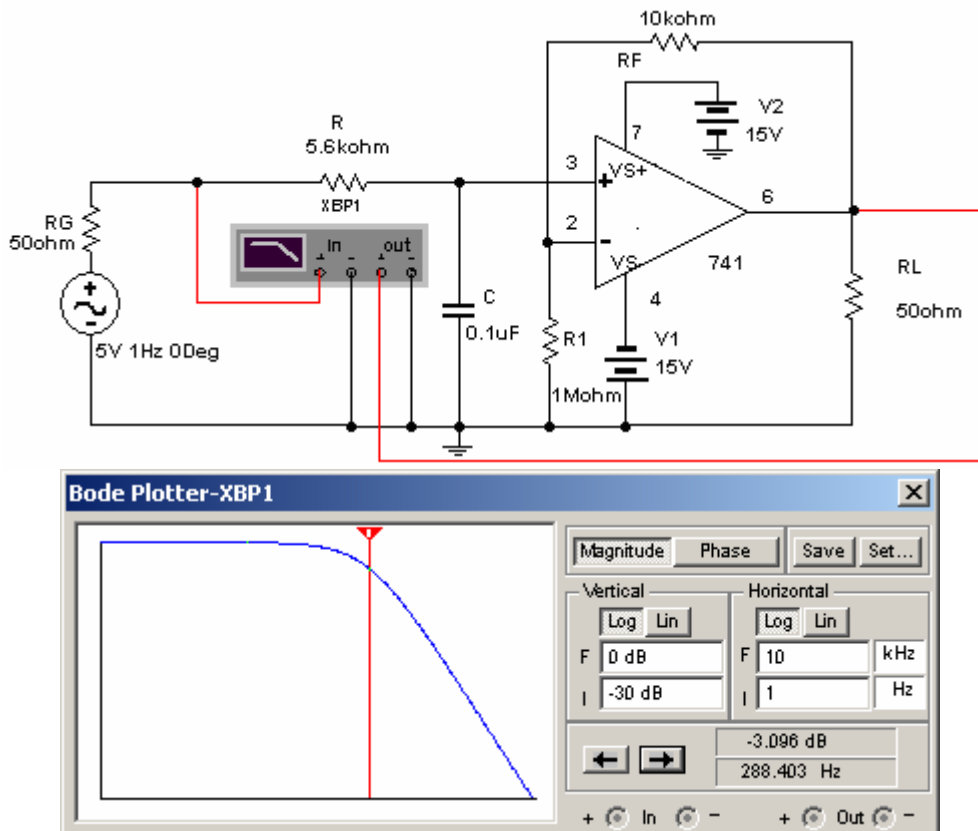
Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς σε (**db**), για τις συχνότητες:

- Για $F = F_C \rightarrow db = -3 db$
- Για $F = 2 F_C \rightarrow db = -6,98 db$
- Για $F = 10 F_C \rightarrow db = 20 \log = -20$

Η διαφορά φάσης του σήματος εξόδου με εκείνο της εισόδου είναι για τις συχνότητες:

- Για $F = 1 Hz \rightarrow \Phi^0 = -0,202^0$
- Για $F = F_C \rightarrow \Phi^0 = -45,2^0$
- Για $F = 100 KHz = -90^0$

Αν συνδέσουμε φορτίο ($R_L = 50\Omega$) στην έξοδο του φίλτρου, τα χαρακτηριστικά του φίλτρου αλλάζουν, γιατί το φορτίο επηρεάζει την αντίσταση εξόδου του. **Για να λυθεί το πρόβλημα θα πρέπει το φορτίο να απομονωθεί από την έξοδο του φίλτρου.** Θα πρέπει δηλ. να τοποθετηθεί κάποιο στοιχείο ανάμεσά τους, που να παρουσιάζει άπειρη αντίσταση. Τέτοιο στοιχείο είναι η βαθμίδα ενίσχυσης με τελεστικό ενισχυτή (αντίσταση εισόδου πολύ μεγάλη και εξόδου μικρή), που θα έχει κέρδος μονάδα. Παρακάτω έχουμε το κύκλωμα της βαθμίδας αυτής καθώς και την καμπύλη πλάτους στα άκρα του φορτίου ($R_L = 50\Omega$). Το κύκλωμα αυτό αποτελεί το ενεργό φίλτρο (**RC**) πρώτης τάξης.



2. Το κύκλωμα του **Σχ.2**, είναι ένα υπερπαρατό φίλτρο. Να υπολογισθούν:

α). Η τιμή του αυτεπαγωγής (**L**), έτσι ώστε η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου να είναι (**F_C=2,38 KHz**).

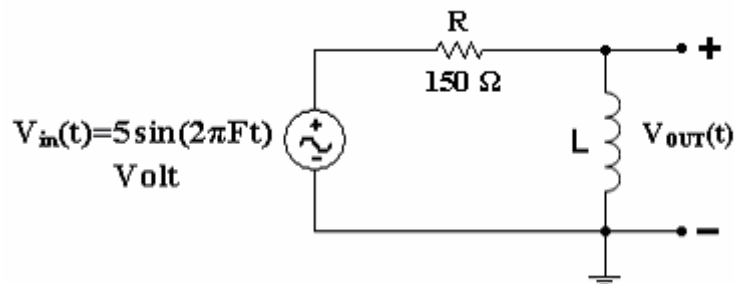
β). Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς $\left[H(j\omega) = \frac{V_{OUT}(j\omega)}{V_{IN}(j\omega)} \right]$.

γ). Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ σε (**db**), στις συχνότητες (**F=0 Hz**), (**F=F_C**), (**F=0,1 F_C**), (**F=0,5 F_C**) και (**F → ∞**); Πώς ονομάζεται και πόση είναι η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ για (**F=0,1 F_C**) και (**F=0,5 F_C**); Να χαραχθεί κατά προσέγγιση, η καμπύλη πλάτους του φίλτρου και να σημειωθεί πάνω της η συχνότητα αποκοπής (**F_C**) και το εύρος ζώνης (**W**) του φίλτρου.

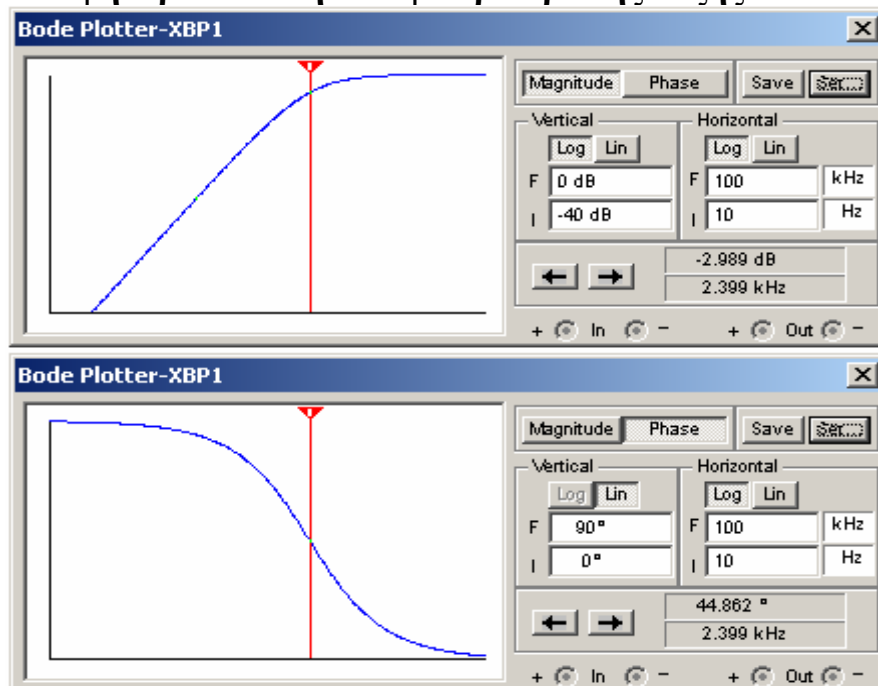
δ). Ποια η διαφορά φάσης του σήματος της εξόδου σε σχέση με εκείνο της εισόδου, στις συχνότητες (**F=0 Hz**), (**F=F_C**) και (**F → ∞**); Να χαραχθεί κατά προσέγγιση, η καμπύλη φάσης του φίλτρου και να σημειωθεί πάνω της η συχνότητα αποκοπής (**F_C**).

ε). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), που κάνει την προσομοίωση κυκλωμάτων, να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.2** και να παρθούν οι καμπύλες πλάτους και φάσης του φίλτρου. Είναι όμοιες οι καμπύλες σας με εκείνες της **Εικ.2**; Για ποια περιοχή συχνοτήτων το μέτρο $|H(j\omega)|$ είναι σταθερό; Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ σε (**db**), για

($F=F_C$), ($F=0,5 F_C$), και ($F=0,1 F_C$); Πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου για ($F=1 \text{ Hz}$), ($F=F_C$) και ($F=100 \text{ KHz}$);



Σχήμα 2. Υψηπερατό παθητικό φίλτρο πρώτης τάξης.

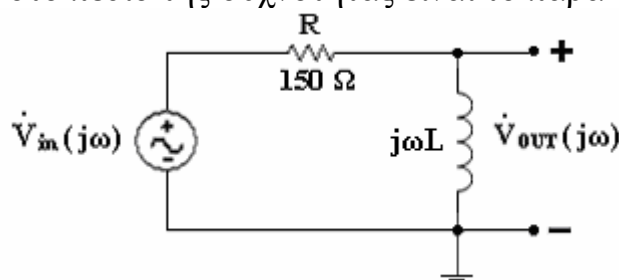


Εικόνα 2. Καμπύλη πλάτους και φάσης του φίλτρου του Σχ.2.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α). Σαν υψηπερατό φίλτρο που είναι, η συχνότητα αποκοπής (F_C) δίνεται από τη σχέση: $F_C = \frac{R}{2\pi L}$ (1).

Στη σχέση (1) ο μόνος άγνωστος είναι το (L). Λύνουμε ως προς (L) και έχουμε ($L = 10 \text{ mH}$).

β). Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας είναι το παρακάτω.



Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου είναι:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{V}_{OUT}(j\omega)}{\dot{V}_{IN}(j\omega)} = \frac{1}{1 - j \frac{F_C}{F}} \quad \text{όπου } (F_C) \text{ είναι η συχνότητα αποκοπής.}$$

γ). Η τιμή του μέτρου (σε db) της συνάρτησης μεταφοράς, για διάφορες συχνότητες δίνεται από τη σχέση:

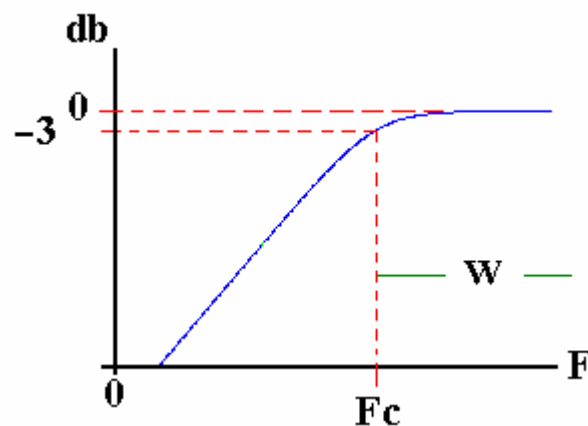
$$db = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{F_C}{F}\right)^2}}$$

- Για $F = 0 \text{ Hz} \rightarrow db = 20 \log (1) = -\infty$
- Για $F = F_C \rightarrow db = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -3 \text{ db}$
- Για $F = 0,1 F_C \rightarrow +20 \text{ db}$ (δεκάδα)
- Για $F = 0,5 F_C \rightarrow +6,98 \text{ db}$ (οκτάβα)

Για $(F = 0,5 F_C)$ η εξασθένηση του σήματος εξόδου είναι περίπου (6 db),

ενώ για $(F = 0,1 F_C)$ η εξασθένηση είναι (20 db). Αυτή η εξασθένηση είναι σταθερή για κάθε υποδιπλασιασμό ή υποδεκαπλασιασμό της συχνότητας κάτω της συχνότητας αποκοπής (F_C).

Η καμπύλη πλάτους του υπερπαρατού φίλτρου είναι:

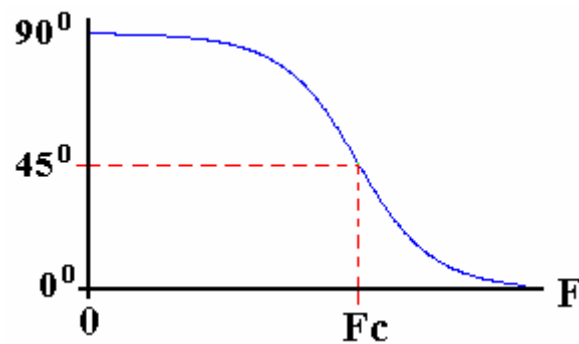


δ). Η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου είναι θετική δηλ. το σήμα στην έξοδο θα **προηγείται** σε σχέση με εκείνο της εισόδου και δίνεται από τη σχέση:

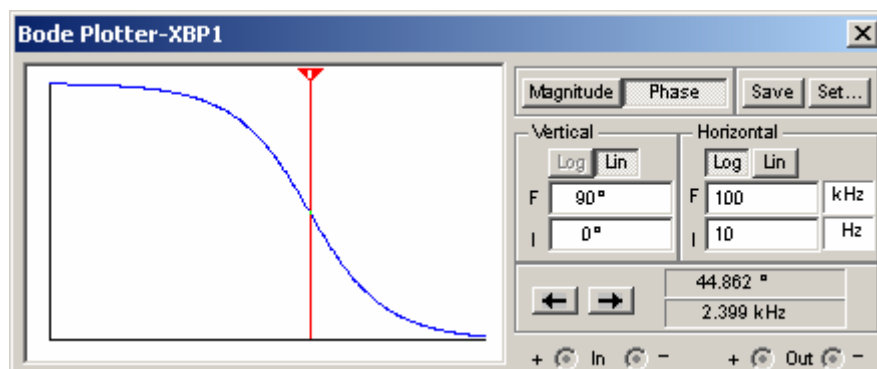
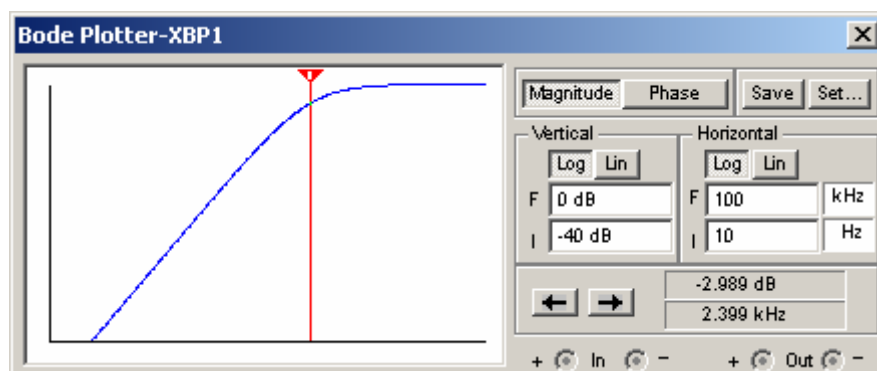
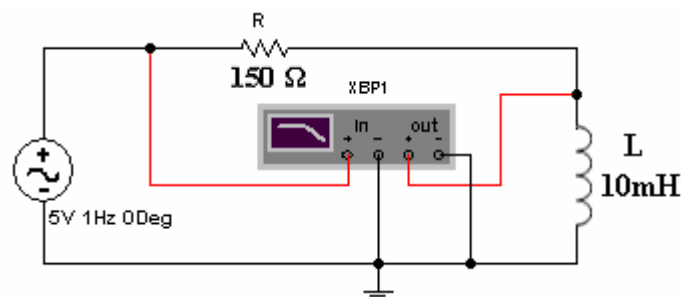
$$\Phi^0 = 0^0 - \arctan \left(-\frac{F_C}{F} \right)$$

- Για $F = 0 \text{ Hz} \rightarrow \Phi^0 = -\arctan (0) = 0^0$
- Για $F = F_C \rightarrow \Phi^0 = -\arctan (-1) = 45^0$
- Για $F \rightarrow \infty \rightarrow \Phi^0 = -\arctan (\infty) = 90^0$

Η καμπύλη φάσης του υπερπαρατού φίλτρου είναι:



ε). Το κύκλωμα στο **multisim**, ο τρόπος σύνδεσης του **BODE PLOTTER** και οι καμπύλες **πλάτους** και **φάσης** φαίνονται παρακάτω.



Οι καμπύλες είναι όμοιες με εκείνες της **Εικ.2**. Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς είναι σταθερό (**0 db**), για μια περιοχή συχνοτήτων (**12,5 KHz μέχρι άπειρο θεωρητικά**).

Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς σε (**db**), για τις συχνότητες:

- Για $F = F_C \rightarrow db = -3 db$

- Για $F = 0,5 F_C \rightarrow \text{db} = -6,98 \text{ db}$
- Για $F = 0,1 F_C \rightarrow \text{db} = 20 \log = -20 \text{ db}$

Η διαφορά φάσης του σήματος εξόδου με εκείνο της εισόδου είναι για τις συχνότητες:

- Για $F = 1 \text{ Hz} \rightarrow \Phi^0 = 89,97^0$
- Για $F = F_C \rightarrow \Phi^0 = 45,349^0$
- Για $F = 100 \text{ KHz} = 1,368^0$

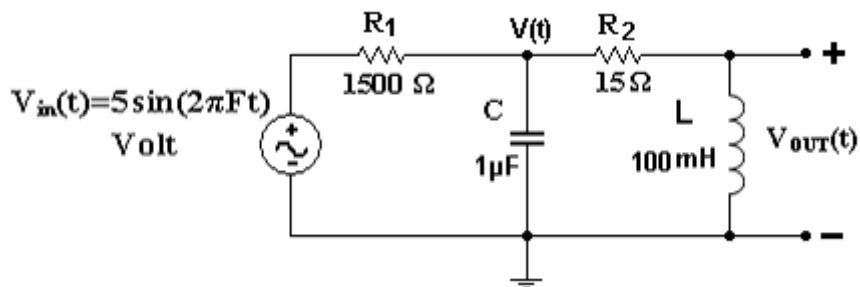
3. Το κύκλωμα του **Σχ.3**, είναι ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο.

α). Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς $\left[H(j\omega) = \frac{V_{OUT}(j\omega)}{V_{IN}(j\omega)} \right]$.

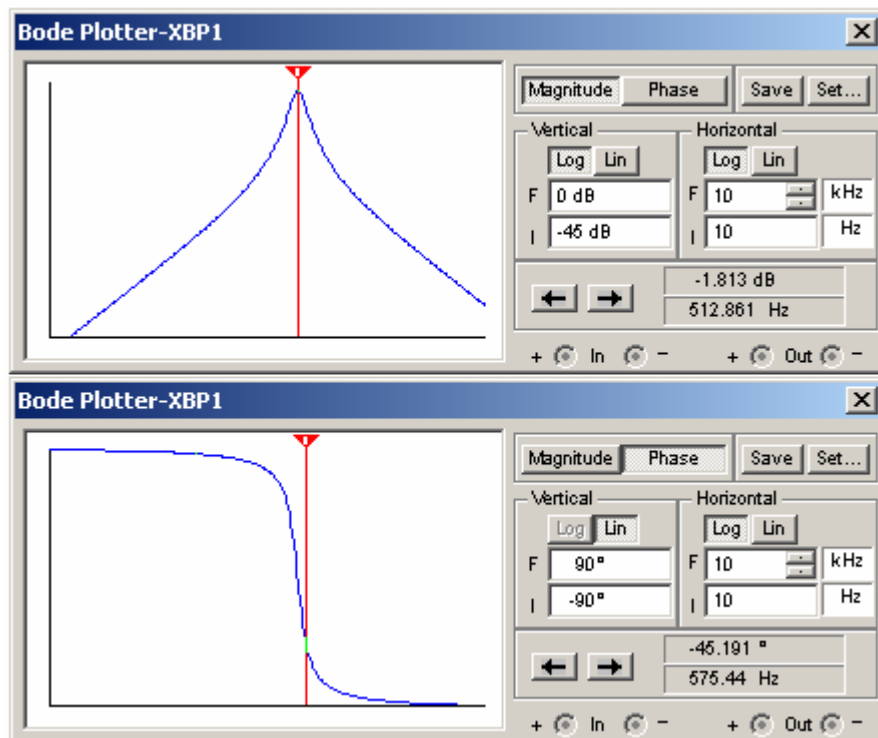
β). Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|_{MAX}$ σε (db); Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ στις συχνότητες αποκοπής;

γ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.3** και να παρθούν οι καμπύλες πλάτους και φάσης του φίλτρου. Είναι όμοιες οι καμπύλες σας με εκείνες της **Εικ.3**; Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ σε (db), για ($F=F_L$), και ($F=F_H$); Ποιο το εύρος ζώνης ($W=F_H - F_L$) του φίλτρου και ποιος ο συντελεστής ποιότητας $\left(Q = \frac{F_0}{W} \right)$

του κυκλώματος; Πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου για ($F=1 \text{ Hz}$), ($F=F_L=F_H$) και ($F=10 \text{ KHz}$);

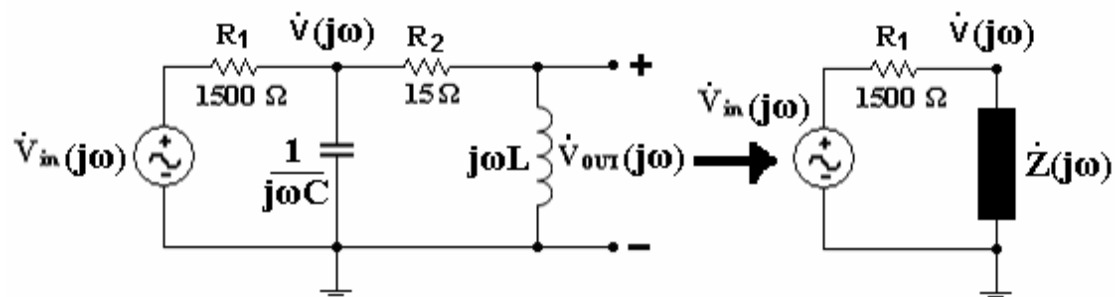


Σχήμα 3. Ζωνοδιαβατό παθητικό φίλτρο δευτέρας τάξης.



Εικόνα 3. Καμπύλη πλάτους και φάσης του φίλτρου του Σχ.3.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



$$\text{όπου } \dot{Z}(j\omega) = \frac{(R_2 + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 - \omega^2 LC + jR_2\omega C} \quad (1)$$

$$H_1(j\omega) = \frac{\dot{V}(j\omega)}{\dot{V}_{IN}(j\omega)} = \frac{\dot{Z}(j\omega)}{\dot{Z}(j\omega) + R_1} \quad (2)$$

$$H_2(j\omega) = \frac{\dot{V}_{OUT}(j\omega)}{\dot{V}(j\omega)} = \frac{j\omega L}{j\omega L + R_2} \quad (3)$$

Με βάση τις σχέσεις (1), (2) και (3) έχουμε τη συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(j\omega) = H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega) = \frac{\dot{V}_{OUT}(j\omega)}{\dot{V}(j\omega)} \cdot \frac{\dot{V}(j\omega)}{\dot{V}_{IN}(j\omega)} = \frac{\dot{V}_{OUT}(j\omega)}{\dot{V}_{IN}(j\omega)} \quad \eta$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{R_1 R_2 C}{L} + j \left(R_1 C \omega - \frac{(R_1 + R_2)}{\omega L} \right)} \quad (4)$$

β). Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς γίνεται μέγιστο όταν το φανταστικό μέρος του παρονομαστή μηδενιστή. Τότε θα έχουμε:

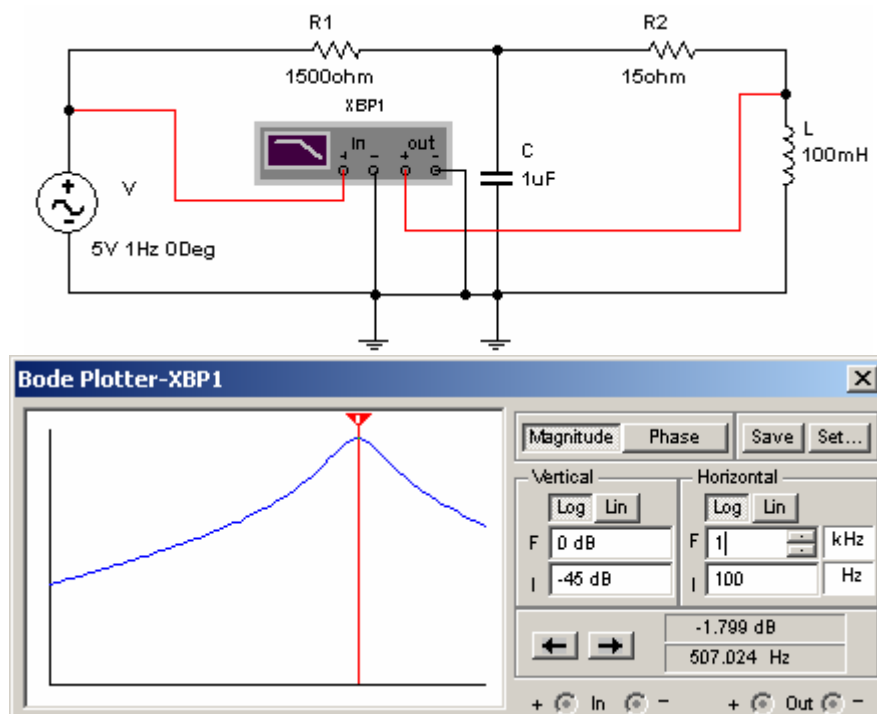
$$|H(j\omega)|_{MAX} = \frac{1}{1 + \frac{R_1 R_2 C}{L}} = 0,8163265 \quad \text{και σε (db) θα έχουμε:}$$

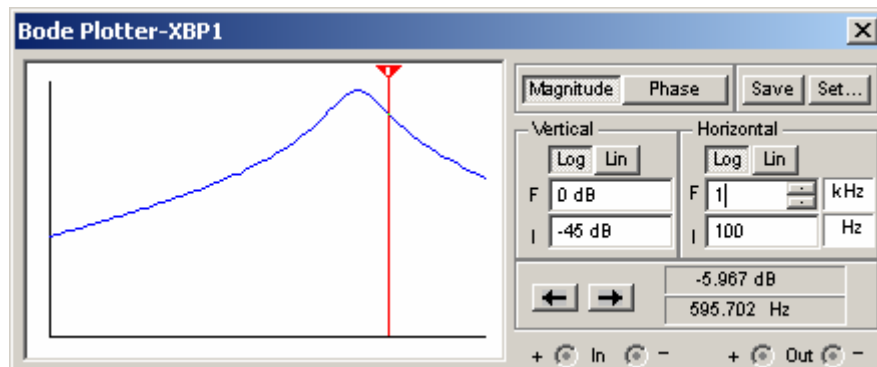
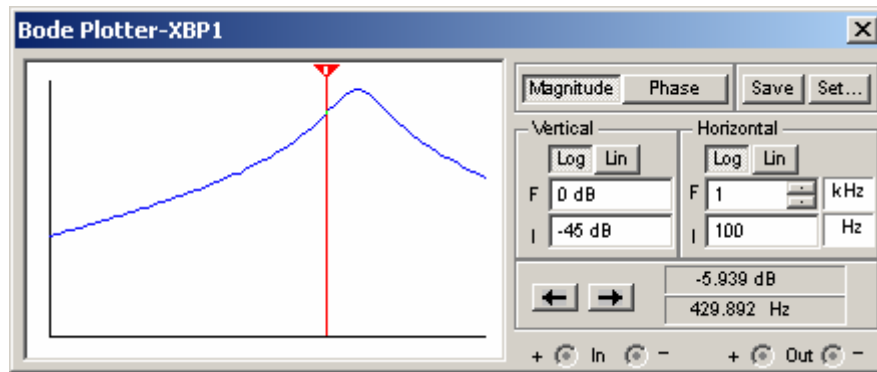
$$20 \log |H(j\omega)|_{MAX} = -1,7627 \text{ db}$$

Στις συχνότητες αποκοπής η τιμή του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς σε (db), θα είναι κατά (- 3 db) χαμηλότερη από τη μέγιστη τιμή της δηλ. θα είναι (- 4,7627 db). Αυτό προκύπτει από τη σχέση:

$$|H(j\omega)|_{F_H} = |H(j\omega)|_{F_L} = 20 \log \frac{|H(j\omega)|_{MAX}}{\sqrt{2}} = -4,7627 \text{ db}$$

γ). Το κύκλωμα στο **multisim**, ο τρόπος σύνδεσης του **BODE PLOTTER** και οι καμπύλες που έχουμε φαίνονται παρακάτω. Στη λήψη της καμπύλης πλάτους στη συχνότητα συντονισμού και στις συχνότητες αποκοπής έχουμε μείωση στην περιοχή συχνοτήτων από (100 Hz – 1 KHz) και τα αποτελέσματα είναι πιο κοντά με εκείνα της θεωρίας.



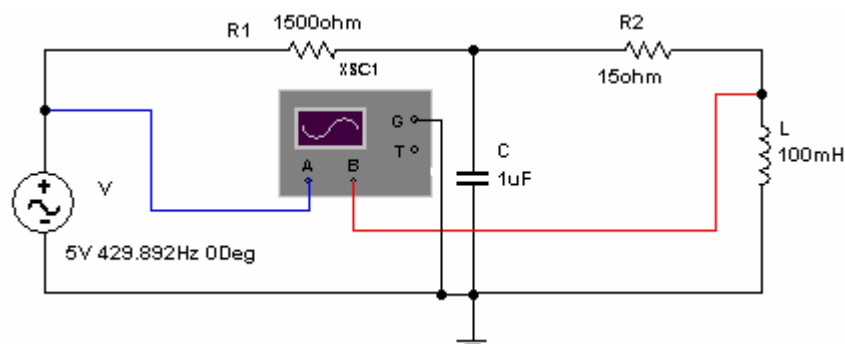


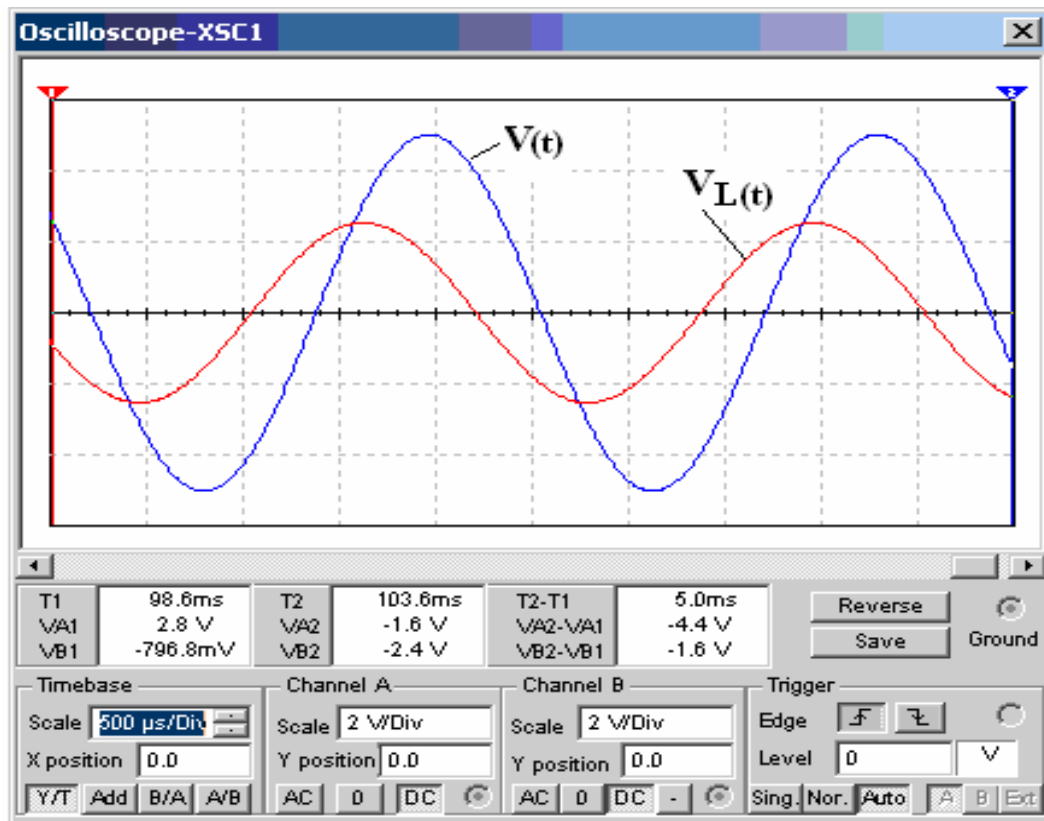
Οι τιμές των συχνοτήτων αποκοπής και της κεντρικής συχνότητας, καθώς και οι τιμές του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς σε (db) φαίνονται στις καμπύλες.

Από τις καμπύλες προκύπτει και το εύρος ζώνης του φίλτρου που είναι: $W = F_H - F_L = 595,702 - 429,892 = 165,81 \text{ Hz}$. Ο συντελεστής

ποιότητας του κυκλώματος είναι: $Q = \frac{F_0}{W} = \frac{507,024}{165,81} = 3,058$.

Για να βρούμε τη διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου, για διάφορες συχνότητες, χρησιμοποιούμε τον παλμογράφο όπως δείχνει το κύκλωμα που ακολουθεί.





Η διαφορά φάσης για ($F = 1 \text{ Hz}$) είναι ($+ 90^\circ$), για ($F = 10 \text{ KHz}$) είναι ($- 90^\circ$), για ($F = F_L$) είναι ($+ 48^\circ$) και για ($F = F_H$) είναι ($- 48^\circ$).

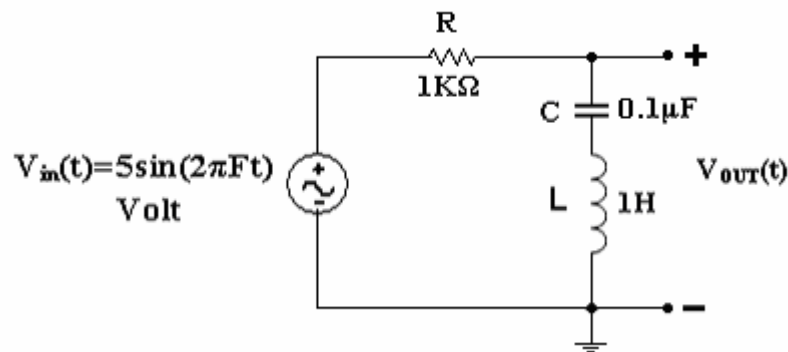
4. Το κύκλωμα του **Σχ.4**, είναι ένα ζωνοφραχτό φίλτρο.

α). Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς $\left[H(j\omega) = \frac{V_{OUT}(j\omega)}{V_{IN}(j\omega)} \right]$.

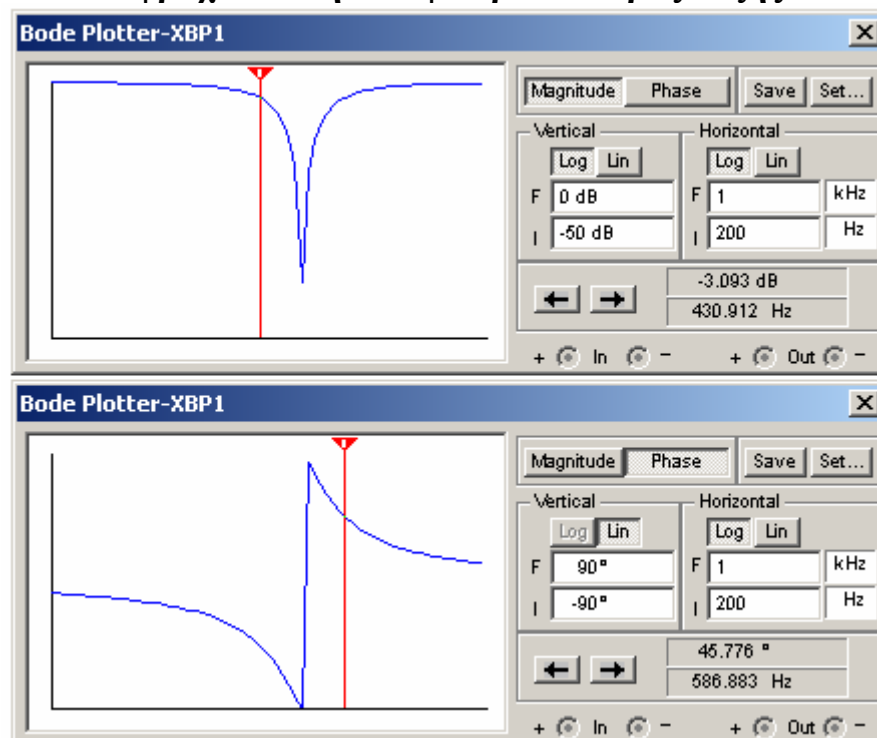
β). Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|_{MIN}$ σε (db); Για ποια συχνότητα έχουμε την ελάχιστη τιμή; Για ποιες περιοχές συχνοτήτων, το μέτρο της $|H(j\omega)|$ έχει τη μέγιστη τιμή; Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ στις συχνότητες αποκοπής;

γ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.4** και να παρθούν οι καμπύλες πλάτους και φάσης του φίλτρου. Είναι όμοιες οι καμπύλες σας με εκείνες της **Εικ.4**; Για ποιά συχνότητα έχουμε την ελάχιστη τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$; Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ σε (db), για ($F=F_L$), και ($F=F_H$); Ποιο το εύρος ζώνης ($W=F_H - F_L$) του φίλτρου και ποιός ο συντελεστής ποιότητας $\left(Q = \frac{F_0}{W} \right)$

του κυκλώματος; Πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου για ($F=1 \text{ Hz}$), ($F=F_L=F_H$) και ($F=100 \text{ KHz}$);

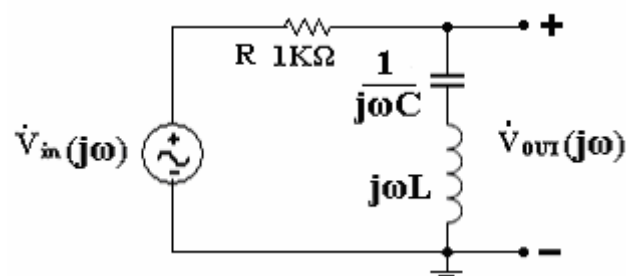


Σχήμα 4. Ζωνοφραχτό παθητικό φίλτρο δευτέρας τάξης.



Εικόνα 4. Καμπύλη πλάτους και φάσης του φίλτρου του Σχ.4.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



α). Η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{V}_{OUT}(j\omega)}{\dot{V}_{IN}(j\omega)} = \frac{1}{1 - j \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}}$$

β). Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς γίνεται ελάχιστο όταν το φανταστικό μέρος του παρονομαστή μηδενιστή. Αυτό συμβαίνει για

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{Τότε θα έχουμε:}$$

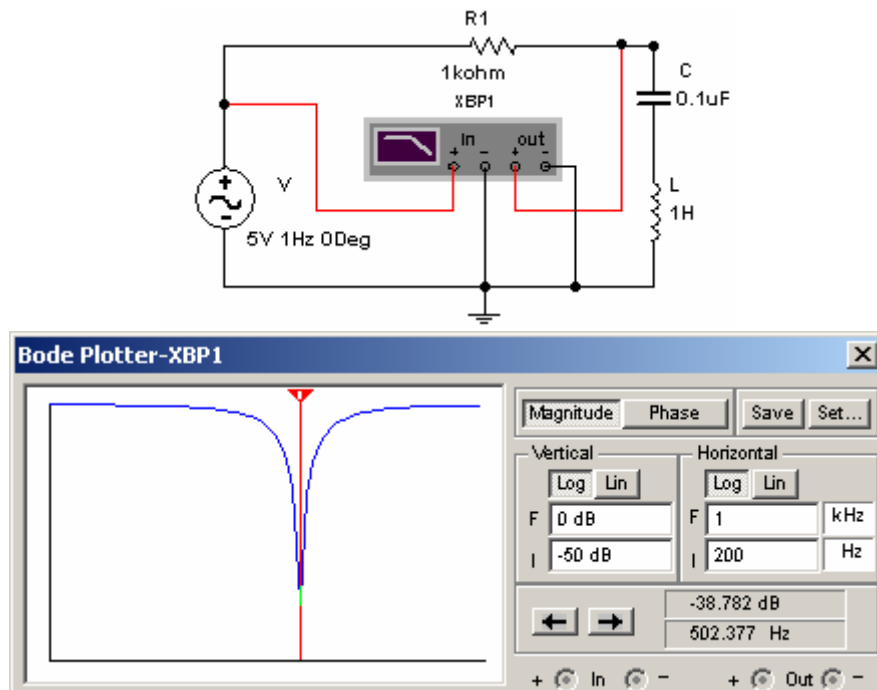
$$|H(j\omega)|_{\text{MIN}} = 0 \text{ και σε (db) θα έχουμε: } 20\log |H(j\omega)|_{\text{MIN}} = -\infty \text{ db}$$

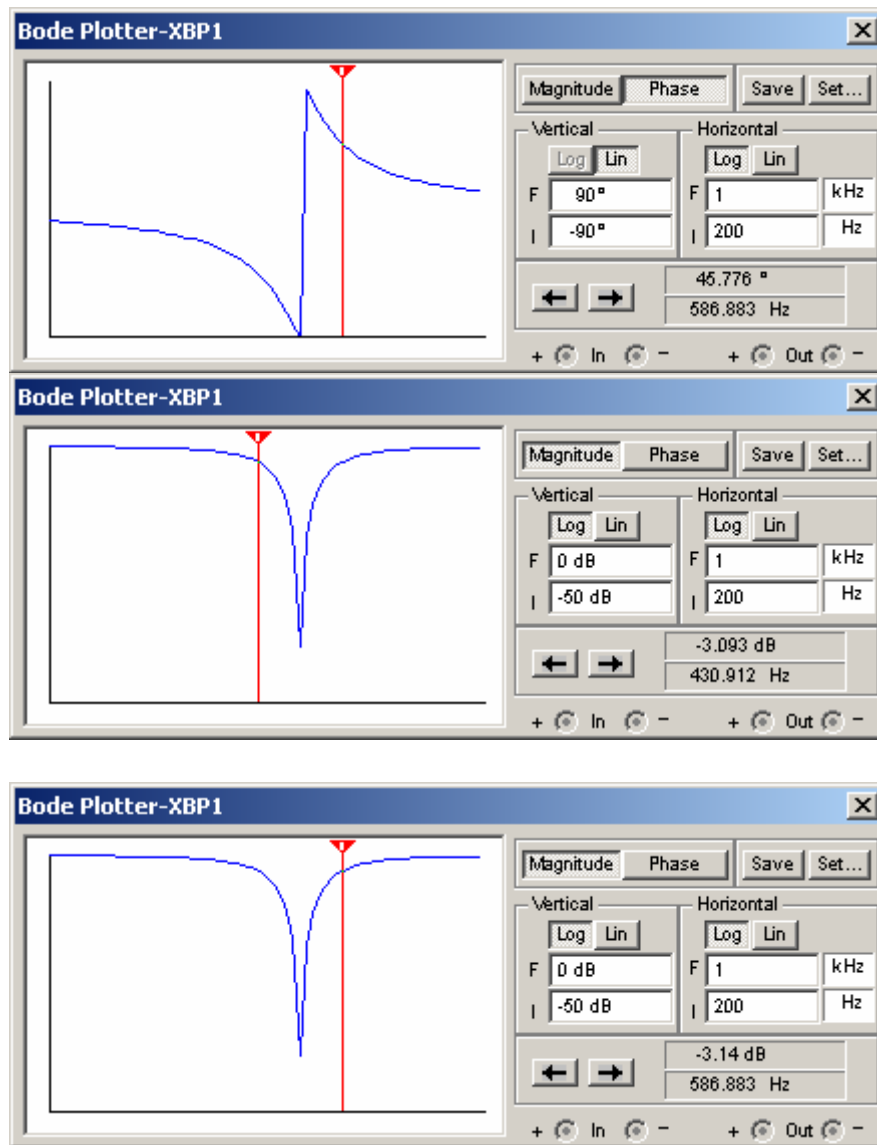
Η συχνότητα για την οποία θα έχουμε ελάχιστη τιμή δίνεται από τη σχέση: $F_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 503,29 \text{ Hz}$.

Για συχνότητες πολύ χαμηλές και για πολύ υψηλές, το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς έχει τη μέγιστη τιμή που φθάνει τα **(0 db)**. Γιατί; Η τιμή του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς στις συχνότητες αποκοπής θα είναι **(- 3 db)**. Αυτό προκύπτει από τη σχέση:

$$|H(j\omega)|_{F_H} = |H(j\omega)|_{F_L} = 20 \log \frac{|H(j\omega)|_{\text{MAX}}}{\sqrt{2}} = -3 \text{ db}$$

γ). Το κύκλωμα στο **multisim**, ο τρόπος σύνδεσης του **BODE PLOTTER** και οι καμπύλες που έχουμε φαίνονται παρακάτω. Στη λήψη της καμπύλης πλάτους στη συχνότητα συντονισμού και στις συχνότητες αποκοπής έχουμε μείωση στην περιοχή συχνοτήτων από **(100 Hz – 1 KHz)** και τα αποτελέσματα είναι πιο κοντά με εκείνα της θεωρίας.





Οι τιμές των συχνοτήτων αποκοπής και της κεντρικής συχνότητας, καθώς και οι τιμές του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς σε (db) φαίνονται στις καμπύλες.

Από τις καμπύλες προκύπτει και το εύρος ζώνης του φίλτρου που είναι: $W = F_H - F_L = 586,883 - 430,912 = 155,97 \text{ Hz}$. Ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος είναι: $Q = \frac{F_0}{W} = \frac{502,377}{155,97} = 3,22$.

Για να βρούμε τη διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου για διάφορες συχνότητες, χρησιμοποιούμε τον παλμογράφο όπως είδαμε στο ζωνοδιαβατό φίλτρο.

Η διαφορά φάσης για ($F = 1 \text{ Hz}$) είναι (0°), για ($F = 10 \text{ KHz}$) είναι (0°), για ($F = F_L$) είναι (-47°) και για ($F = F_H$) είναι ($+47^\circ$).

1. Το κύκλωμα του Σχ.5, είναι ένα συντονισμένο κύκλωμα σειράς. Να υπολογισθούν:

α). Η συχνότητα συντονισμού (F_0). $\left(F_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \right)$

β). Το ρεύμα $i(j\omega)$ και οι τάσεις $\dot{V}_R(j\omega)$, $\dot{V}_C(j\omega)$ και $\dot{V}_L(j\omega)$ στην (F_0). Να γραφούν οι σχέσεις των $i(t)$, $V_R(t)$, $V_C(t)$ και $V_L(t)$. Οι τιμές των μέτρων των τάσεων (V_C) και (V_L), τι σχέση έχουν και πόσες φορές είναι μεγαλύτερες από εκείνη της πηγής; Πώς ονομάζεται το φαινόμενο αυτό;

γ). Οι συχνότητες αποκοπής $\left[F_1 = -\frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} \right]$,
 $\left[F_2 = \frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} \right]$ και το εύρος ζώνης ($W=F_H-F_L$) του κυκλώματος.

δ). Ο συντελεστής ποιότητας (Q) $\left(Q = \frac{F_0}{W} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} \right)$ του κυκλώματος στην (F_0). Όπου: $\omega_0=2\pi F_0$ (rad/sec).

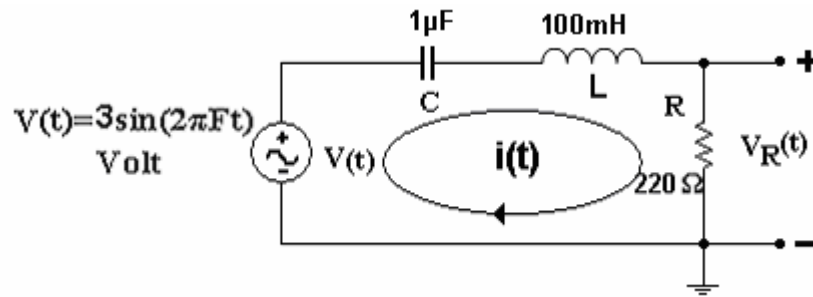
ε). Η πραγματική ισχύς (P) $(P = I_{\max}^2 R)$ της πηγής στην (F_0) και στις συχνότητες αποκοπής $P_{FL} = P_{FH} = \left(\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}\right)^2 R$. Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ της πραγματικής ισχύος (P) και εκείνων στις συχνότητες αποκοπής;

στ). Ποια η συμπεριφορά του κυκλώματος (ωμική, χωρητική, επαγωγική) για ($F=F_0$), ($F<F_0$) και ($F>F_0$); Ποια η διαφορά φάσης μεταξύ $V(t)$ και $i(t)$ στην (F_0) και στις συχνότητες αποκοπής;

ζ). Να σχεδιασθούν κατά προσέγγιση οι καμπύλες των (I) και (V_R), συναρτήσει της συχνότητας (F).

η). Να περιγράψετε την εναλλαγή της ενέργειας που συμβαίνει μεταξύ της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της μαγνητικής ενέργειας του πηνίου, για μια πλήρη περίοδο του σήματος της διέγερσης στη συχνότητα συντονισμού (F_0).

θ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.5** και να παρθούν οι καμπύλες πλάτους και φάσης του συντονισμένου κυκλώματος σειράς. Για ποια συχνότητα έχουμε την μέγιστη τιμή; Πώς ονομάζεται η συχνότητα αυτή; Ποιες οι τιμές των συχνοτήτων αποκοπής; Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ σε (db), για ($F=F_L$), και ($F=F_H$); Ποιο το εύρος ζώνης ($W=F_H-F_L$) του συντονισμένου κυκλώματος και ποιος ο συντελεστής ποιότητας (Q); Πόση είναι η διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου στις συχνότητες αποκοπής;

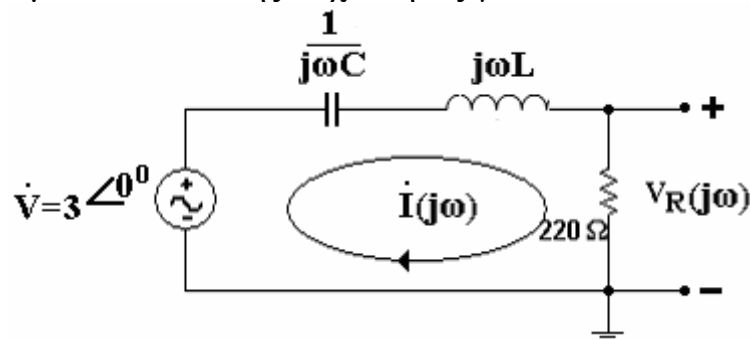


Σχήμα 5. Συντονισμένο κύκλωμα σειράς.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α). Η συχνότητα συντονισμού (F_0) δίνεται από τη σχέση:

$$F_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 503,3 \text{ Hz.}$$

β). Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



Στη συχνότητα συντονισμού (F_0) για το ρεύμα και τις τάσεις έχουμε:

$$\dot{I}(j\omega) = \frac{\dot{V}(j\omega)}{R} = 13,63 \angle 0^\circ \text{ mA.}$$

$$\dot{V}_R(j\omega) = \dot{I}(j\omega)R = 3 \angle 0^\circ \text{ Volt.}$$

$$\dot{V}_C(j\omega) = \dot{I}(j\omega)(-j \frac{1}{\omega C}) = 4,31 \angle -90^\circ \text{ Volt.}$$

$$\dot{V}_L(j\omega) = \dot{I}(j\omega)(j\omega L) = 4,31 \angle 90^\circ \text{ Volt.}$$

$$i(t) = 13,63\sin(2\pi F_0 t) \text{ mA.}$$

$$V_R(t) = 3\sin(2\pi F_0 t) \text{ Volt.}$$

$$V_C(t) = 4,31\sin(2\pi F_0 t - 90^\circ) \text{ Volt.}$$

$$V_L(t) = 4,31\sin(2\pi F_0 t + 90^\circ) \text{ Volt.}$$

Το μέτρο της τάσης στον πυκνωτή είναι ίδιο με το μέτρο της τάσης στο πηνίο. Οι δύο τάσεις διαφέρουν κατά (180°). Η τάση του πυκνωτή και φυσικά του πηνίου είναι κατά $\left(\frac{4,31}{3} = 1,43\right)$ φορές μεγαλύτερη από την τάση της πηγής. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **υπέρταση**.

γ). Οι συχνότητες αποκοπής $\left[F_1 = -\frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} \right]$,
 $\left[F_2 = \frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} \right]$ και το εύρος ζώνης ($W=F_H-F_L$) του

κυκλώματος είναι:

$$F_1 = F_L = 357,87 \text{ Hz}, F_2 = F_H = 707,87 \text{ Hz}$$

$$\text{και } W = F_2 - F_1 = F_H - F_L = 707,87 - 357,87 = 350 \text{ Hz.}$$

δ). Ο συντελεστής ποιότητας (Q) του κυκλώματος στη συχνότητα συντονισμού (F_0) είναι:

$$Q = \frac{F_0}{W} = 1,43$$

ε). Η πραγματική ισχύς στην (F_0) είναι:

$$P = I_{MAX}^2 R = \left(\frac{13,63}{\sqrt{2}} \right)^2 220 = 20,435 \text{ mWatt.}$$

Στις συχνότητες αποκοπής, η πραγματική ισχύς είναι:

$$P_{FL} = P_{FH} = \left(\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \right)^2 R = 10,2175 \text{ mWatt.}$$

Παρατηρούμε ότι η πραγματική ισχύς στις συχνότητες αποκοπής είναι το μισό της πραγματικής ισχύος της πηγής.

στ). Με βάση τη σχέση:

$$\dot{I}(j\omega) = \frac{\dot{V}(j\omega)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \text{ έχουμε:}$$

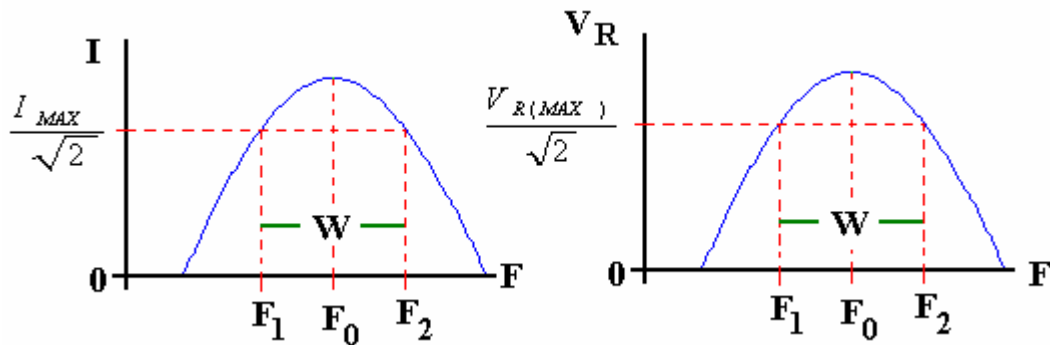
- Για $F = F_0 \rightarrow$ ωμική συμπεριφορά.
- Για $F < F_0 \rightarrow$ χωρητική συμπεριφορά.
- Για $F > F_0 \rightarrow$ επαγωγική συμπεριφορά.

Γιατί;

Για τη διαφορά φάσης μεταξύ του ρεύματος και της τάσης της πηγής έχουμε:

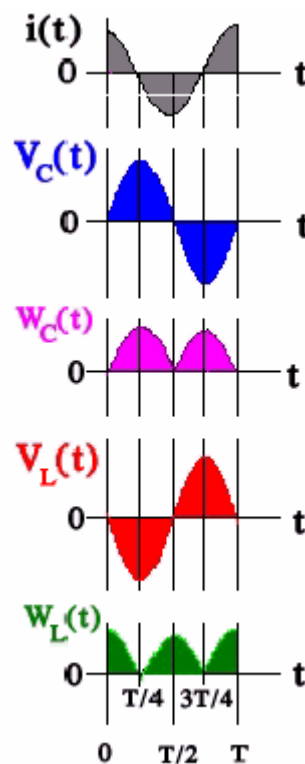
- Για $F = F_0 \rightarrow$ διαφορά φάσης (0°) (συμφασικά).
- Για $F = F_1 = F_L \rightarrow$ διαφορά φάσης ($+ 45^\circ$) (προηγείται το ρεύμα).
- Για $F = F_2 = F_H \rightarrow$ διαφορά φάσης ($- 45^\circ$) (καθυστερεί το ρεύμα).

ζ). Η καμπύλη του ρεύματος και της τάσης στον αντιστάτη στην (F_0) είναι:



η). Στη συχνότητα συντονισμού (F_0), υπάρχει μια συνεχής εναλλαγή της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου και της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή. Κατά τη διάρκεια της μιας ημιπεριόδου ($T/2$) του ημιτονικού σήματος, η αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου αρχίζει από μηδενική τιμή, γίνεται μέγιστη και ξανά μηδενίζεται. Κατά τον ίδιο τρόπο λειτουργεί και ο πυκνωτής με μόνη διαφορά, όταν η ενέργεια στο πηνίο είναι μέγιστη, η ενέργεια του πυκνωτή είναι μηδενική και αντίστροφα.

Κατά τη διάρκεια του ενός τετάρτου ($T/4$) της περιόδου, ο πυκνωτής απορροφά ενέργεια από το πηνίο και κατά το άλλο ένα τέταρτο ($T/4$) της περιόδου, το πηνίο απορροφά ενέργεια από τον πυκνωτή. Η ολική αποθηκευμένη ενέργεια στο συντονισμένο κύκλωμα είναι σταθερή και ανεξάρτητη από το χρόνο, όταν φυσικά δεν υπάρχουν απώλειες λόγω της συνολικής ωμικής αντίστασης του κυκλώματος.



Αν υποθέσουμε ότι η διέγερση μας (πηγή), στη συχνότητα συντονισμού (F_0) είναι το ρεύμα:

$$i(t) = I_0 \cos \omega_0 t$$

η αποθηκευμένη ενέργεια στο πηνίο και στον πυκνωτή θα είναι:

$$W_L(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot [i(t)]^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2 \cdot \cos^2 \omega_0 t$$

και

$$W_C(t) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot [V_C(t)]^2 = \frac{1}{2} \cdot (I_0^2 / \omega_0^2 C) \cdot \sin^2 \omega_0 t. \text{ Γιατί;}$$

Η ολική αποθηκευμένη ενέργεια θα είναι:

$$W_S(t) = W_L(t) + W_C(t) = \frac{1}{2} I_0^2 [L \cos^2 \omega_0 t + (1/\omega_0^2 C) \cdot \sin^2 \omega_0 t].$$

Στη συχνότητα συντονισμού, επειδή $F_0 = (1/2\pi \sqrt{LC})$ θα έχουμε:

$$W_S(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot (1/\omega_0^2 C) \cdot I_0^2 \equiv W_S \quad (1)$$

και η αποθηκευμένη ενέργεια είναι μέγιστη στο συντονισμό.

Η απώλεια της αποθηκευμένης ενέργειας υπό μορφή θερμότητας, λόγω της ωμικής αντίστασης (R) του κυκλώματος για μια περίοδο (T) είναι:

$$W_D = \frac{1}{2} \cdot I_0^2 R \cdot t = \frac{1}{2} \cdot I_0^2 \cdot R \cdot T = \frac{1}{2} I_0^2 R \cdot (1/F_0) = \frac{1}{2} I_0^2 R \cdot (2\pi/\omega_0) \quad (2).$$

Αν διαιρέσουμε την (1) με την (2) θα έχουμε:

$$(W_S/W_D) = (\omega_0 L/R) \cdot (1/2\pi) = (Q/2\pi)$$

άρα:

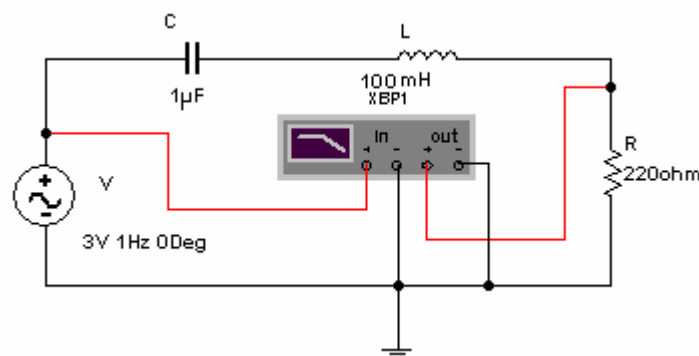
$$Q = (W_S/W_D) \cdot 2\pi \quad (3).$$

Η σχέση (3) μας δίνει το συντελεστή ποιότητας (Q) του κυκλώματος στην (F_0), σε σχέση με τη μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται στο κύκλωμα (W_S) και της ενέργειας (W_D) που χάνεται λόγω της ωμικής αντίστασης του κυκλώματος, μέσα σε μια περίοδο (T).

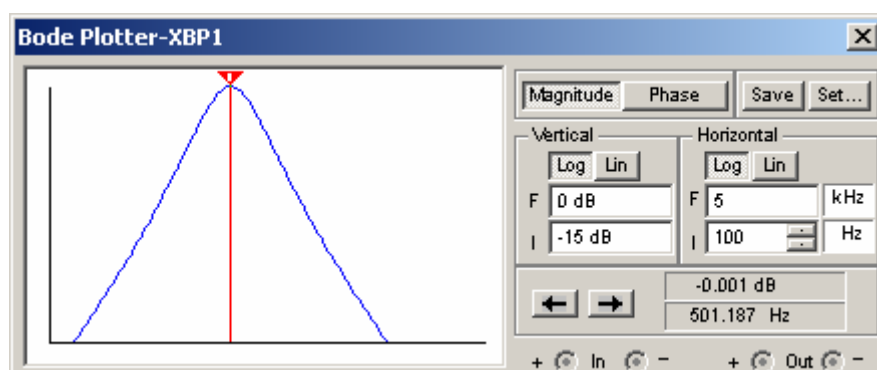
- Ποια η μορφή των καμπύλων της τάσης στον πυκνωτή και στο πηνίο συναρτήσει της συχνότητας, σε συντονισμένο κύκλωμα σειράς (**RLC**);
- Ποια από τα μεγέθη F_0 , F_1 , F_2 , W , Q και I μεταβάλλονται και πώς (αύξηση ή μείωση), όταν η ωμική αντίσταση του συντονισμένου κυκλώματος αυξάνει ή μειώνεται;
- Πότε απαιτεί μεγαλύτερη ενέργεια ένα συντονισμένο κύκλωμα σειράς (**RLC**) από την πηγή, όταν ο συντελεστής ποιότητας (Q) του κυκλώματος είναι μεγάλος ή μικρός;

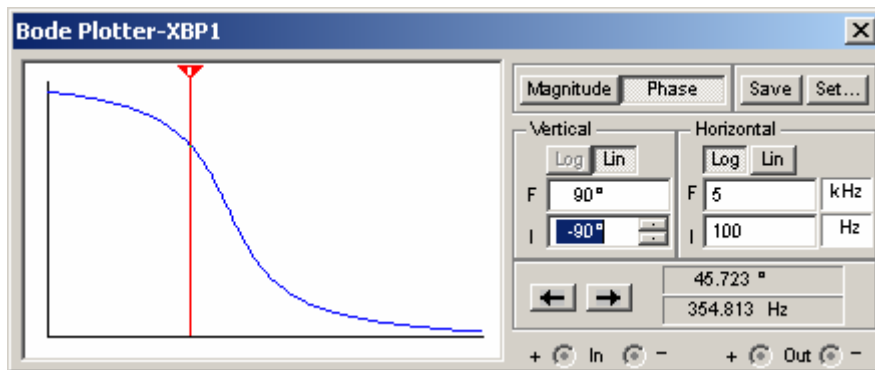
- Στη συχνότητα συντονισμού (F_0), ο λόγος της τάσης (V_R) στον αντιστάτη προς την τάση της πηγής (V_π) σε (db) είναι ίσος με (0 db). Βάση ποιιάς σχέσης προκύπτει το αποτέλεσμα αυτό;
- Στις συχνότητες αποκοπής F_1 και F_2 , τις τιμές του ρεύματος (I) και της τάσης (V_R), σε συντονισμένο κύκλωμα σειράς (RLC), τις αντιστοιχούμε στα (-3db). Πώς προκύπτει η τιμή αυτή;
- Ποια η καμπύλη της σύνθετης αντίστασης (Z) ενός συντονισμένου κυκλώματος (RLC), συναρτήσει της συχνότητας; Πώς ορίζεται η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος, στις συχνότητες αποκοπής F_1 και F_2 , όταν μας είναι γνωστή η καμπύλη;
- Σε ποιές χρονικές στιγμές της περιόδου (T) η ενέργεια στο πηνίο και στον πυκνωτή έχουν μέγιστη τιμή και σε ποιες μηδενική;

θ). Το κύκλωμα στο **multisim** και ο τρόπος σύνδεσης του **BODE PLOTTER** φαίνονται παρακάτω.



Στη συχνότητα συντονισμού (F_0), οι καμπύλες πλάτους και φάσης είναι:





Στη συχνότητα συντονισμού (F_0), η μέγιστη τιμή είναι (0 db) και στις συχνότητες αποκοπής ($F_1 = 354,813$ Hz) και ($F_2 = 707,946$ Hz) η τιμή του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς είναι κοντά στα (- 3 db). Το εύρος ζώνης είναι ($W = F_2 - F_1 = 353,133$ Hz) και ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος είναι ($Q = 1,419$). Τέλος, στην ($F_1 = 354,813$ Hz) το ρεύμα προηγείται της τάσης της πηγής κατά (+ 46,28°) και στην ($F_2 = 707,946$ Hz) καθυστερεί κατά (- 46,28°).

2. Το κύκλωμα του Σχ.6, είναι ένα κύκλωμα παράλληλου συντονισμού.
Να

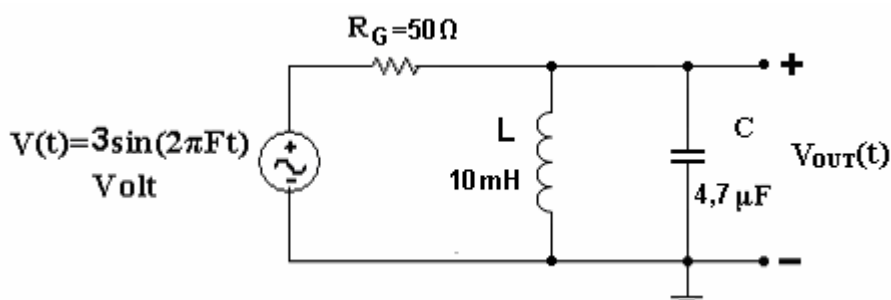
υπολογισθούν:

α). Η συχνότητα συντονισμού (F_0), και τα ρεύματα $i_R(j\omega)$, $i_C(j\omega)$ και $i_L(j\omega)$ στην (F_0). Να γραφούν οι σχέσεις των $i_R(t)$, $i_C(t)$ και $i_L(t)$.

β). Ο συντελεστής ποιότητας (Q) και το εύρος ζώνης (W).

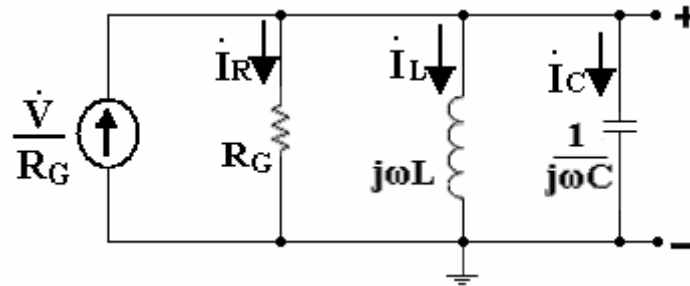
γ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (multisim), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του Σχ.6 και να παρθούν οι καμπύλες πλάτους και φάσης του συντονισμένου κυκλώματος. Για ποια συχνότητα έχουμε την μέγιστη τιμή; Πώς ονομάζεται η συχνότητα αυτή; Ποιες οι τιμές των συχνοτήτων αποκοπής; Ποια η τιμή του μέτρου $|H(j\omega)|$ σε (db), για ($F=F_L$), και ($F=F_H$); Ποιο το εύρος ζώνης ($W=F_H-F_L$) του συντονισμένου κυκλώματος και ποιος ο συντελεστής ποιότητας ($Q = \frac{F_0}{W}$); Πόση είναι η

διαφορά φάσης μεταξύ του σήματος εξόδου και εκείνου της εισόδου στις συχνότητες αποκοπής; Να μετρηθούν τα ρεύματα στο πηνίο και στον πυκνωτή και να συγκριθούν με εκείνο της πηγής. Τι παρατηρείτε;



Σχήμα 6. Κύκλωμα παράλληλου συντονισμού.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



α). Για το κύκλωμα έχουμε:

$$\dot{Y}(j\omega) = \frac{1}{\dot{Z}(j\omega)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Για $\left(\omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L}\right)$ έχουμε συντονισμό και η συχνότητα συντονισμού είναι:

$$F_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 734,12 \text{ Hz.}$$

$$\dot{I}_R(j\omega_0) = \frac{\dot{V}(j\omega_0)}{R_G} = 6 \angle 0^\circ \text{ mA.}$$

$$\dot{I}_C(j\omega_0) = \frac{\dot{V}(j\omega_0)}{\frac{1}{j\omega_0 C}} = 65 \angle 90^\circ \text{ mA.}$$

$$\dot{I}_L(j\omega_0) = \frac{\dot{V}(j\omega_0)}{j\omega_0 L} = 65 \angle -90^\circ \text{ mA.}$$

$$i_R(t) = 6 \sin(2\pi F_0 t) \text{ mA.}$$

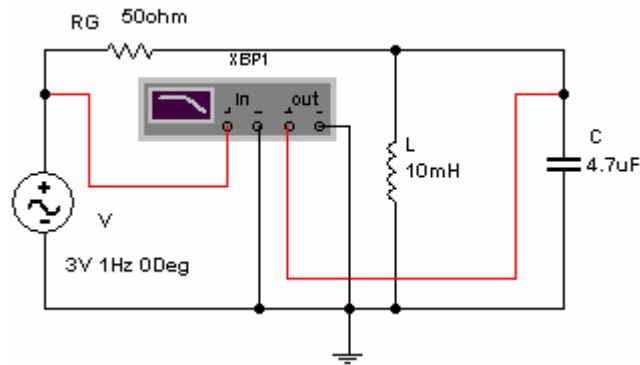
$$i_C(t) = 65 \sin(2\pi F_0 t + 90^\circ) \text{ mA.}$$

$$i_L(t) = 65 \sin(2\pi F_0 t - 90^\circ) \text{ mA.}$$

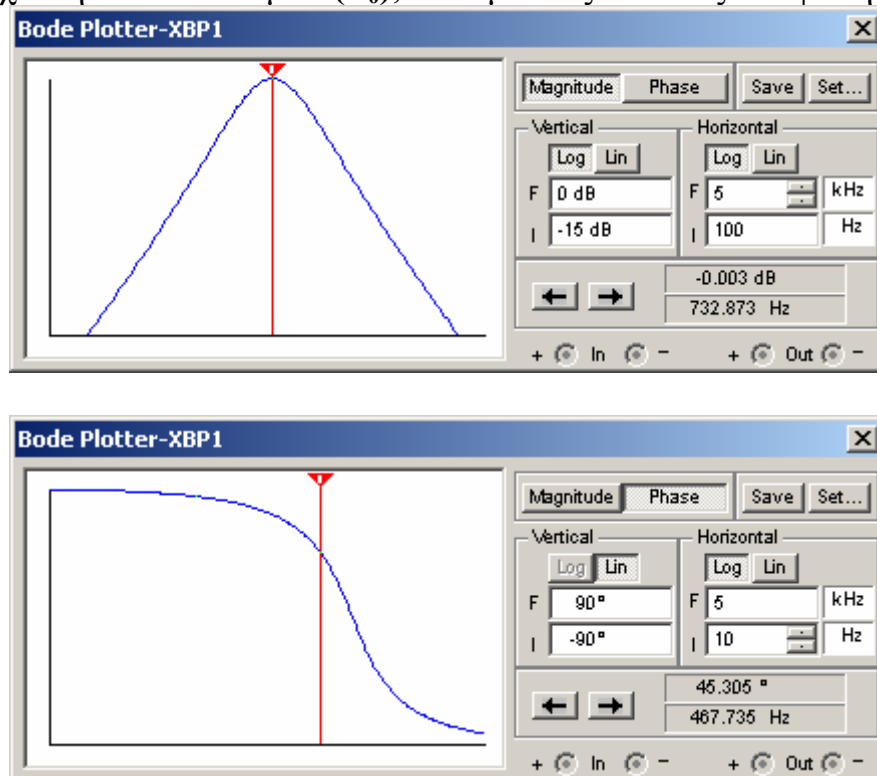
β). Ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος είναι: $Q = \frac{|\dot{I}_C|}{|\dot{I}_R|} = \frac{|\dot{I}_L|}{|\dot{I}_R|} = 10,83,$

ενώ το εύρος ζώνης είναι: $W = \frac{F_0}{Q} = 67,78 \text{ Hz.}$

γ). Το κύκλωμα στο **multisim** και ο τρόπος σύνδεσης του **BODE PLOTTER** φαίνονται παρακάτω.



Στη συχνότητα συντονισμού (F_0), οι καμπύλες πλάτους και φάσης είναι:



Στη συχνότητα συντονισμού (F_0), η μέγιστη τιμή είναι (0 db) και στις συχνότητες αποκοπής ($F_1 = 467,735 \text{ Hz}$) και ($F_2 = 1148 \text{ Hz}$) η τιμή του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς είναι κοντά στα (- 3 db). Το εύρος ζώνης είναι ($W = F_2 - F_1 = 680,265 \text{ Hz}$) και ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος είναι ($Q = 1,077$). Τέλος, στην ($F_1 = 467,735 \text{ Hz}$) το ρεύμα **προηγείται** της τάσης της πηγής κατά (+ 45,305°) και στην ($F_2 = 1148 \text{ Hz}$) **καθυστερεί** κατά (- 45,063°).

Τέλος, τα ρεύματα στους κλάδους του πηνίου και του πυκνωτή έχουν ενεργό τιμή (46 mA), ενώ της πηγής είναι (15 mA).

Σημείωση: Για να έχουμε ένα συντονισμένο κύκλωμα με υψηλό συντελεστή ποιότητας (Q), θα πρέπει η εσωτερική αντίσταση (R_G) της πηγής να είναι πολύ μεγάλη. Αν χρησιμοποιήσουμε στο κύκλωμα

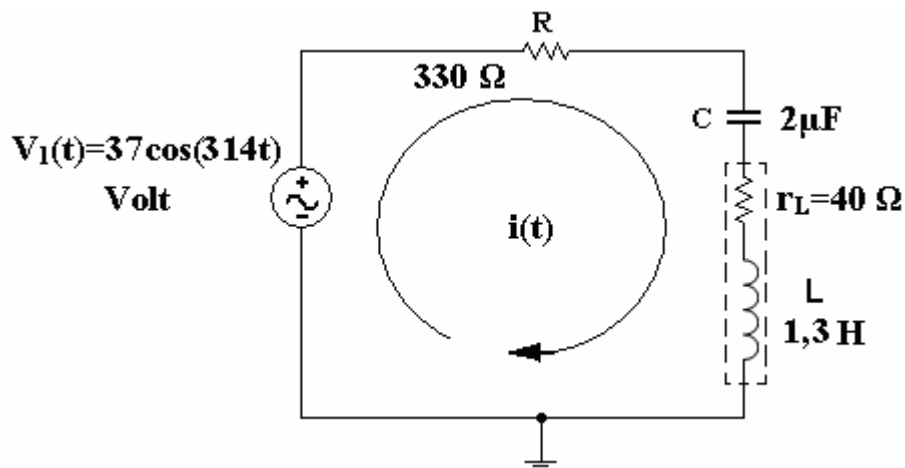
γεννήτρια με εσωτερική αντίσταση ($R_G = 600\Omega$), οι συχνότητες αποκοπής θα είναι ($F_1 = 706,307 \text{ Hz}$) και ($F_2 = 762,686 \text{ Hz}$). Το εύρος ζώνης θα είναι ($W = F_2 - F_1 = 56,379 \text{ Hz}$) και ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος θα είναι τότε ($Q = 13,09$).

ΑΣΚΗΣΗ 3

- Ισχύς και ενέργεια στην (ΗΜΚ).
- Βελτίωση συντελεστή ισχύος ($\cos\phi$) σε σύνθετα ηλεκτρικά παθητικά φορτία.
- Μέγιστη μεταφορά ισχύος.
- Τριφασικά συμμετρικά και ασύμμετρα κυκλώματα.

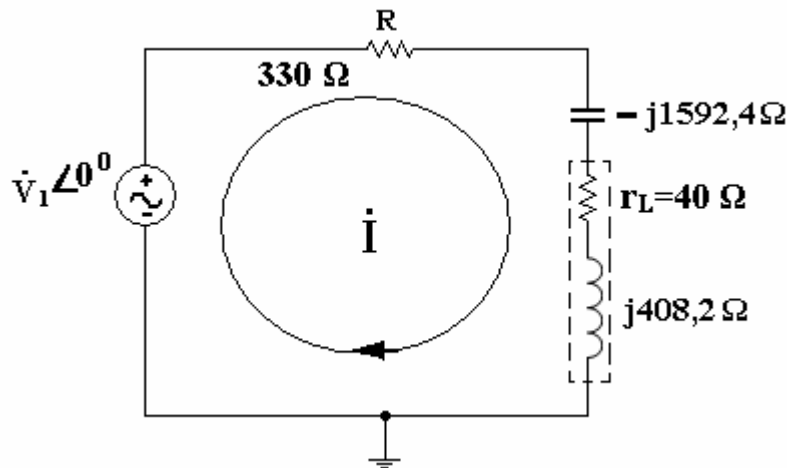
ΠΡΟΕΡΓΑΣΙΑ.

- Δίνεται το κύκλωμα του **Σχ.1**. Να υπολογισθούν:
 - α). Η μιγαδική ($\dot{W} = \dot{V}_1 I^*$) ισχύς της πηγής, η φαινόμενη (S) και η πραγματική (P). Ποια η άεργος ισχύς, του πηνίου ή του πυκνωτή είναι μεγαλύτερη και κατά πόσο;
 - β). Να υπολογισθεί ο συντελεστής ισχύος ($\cos\phi$) από τα άκρα της πηγής. Ποιά η συμπεριφορά του κυκλώματος;
 - γ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.1**. Κάντε τις κατάλληλες μετρήσεις και συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με εκείνα των ερωτημάτων (α) και (β). Συνδέστε το βαττόμετρο του προγράμματος (το βολτόμετρο του βαττόμετρου να συνδεθεί παράλληλα στην πηγή και το αμπερόμετρο σε σειρά).



Σχήμα 1. Κύκλωμα για τον προσδιορισμό όλων των ειδών ισχύος.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



α). Η σύνθετη αντίσταση από τα άκρα της πηγής είναι:

$$\dot{Z}_{ολ.} = 370 - j1184,15 = 1240,6 \angle -72,6^\circ \text{ mA.}$$

Το ρεύμα του κυκλώματος είναι: $\dot{I} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_{ολ.}} = 21 \angle 72,6^\circ \text{ mA.}$

Επομένως:

$$\dot{W} = \dot{V}_1 \dot{I}^* = 26,16 \angle 0^\circ 21 \angle -72,6^\circ = 549,36 \angle -72,6^\circ = 164,28 - j524,22 \text{ mVA.}$$

Άρα: **P = 164,28 mWatt** και **Q = 524,22 mVAR.**

Η φαινόμενη ισχύς είναι το μέτρο της μιγαδικής ισχύος.

$$|\dot{W}| = S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 549,36 \text{ mVA.}$$

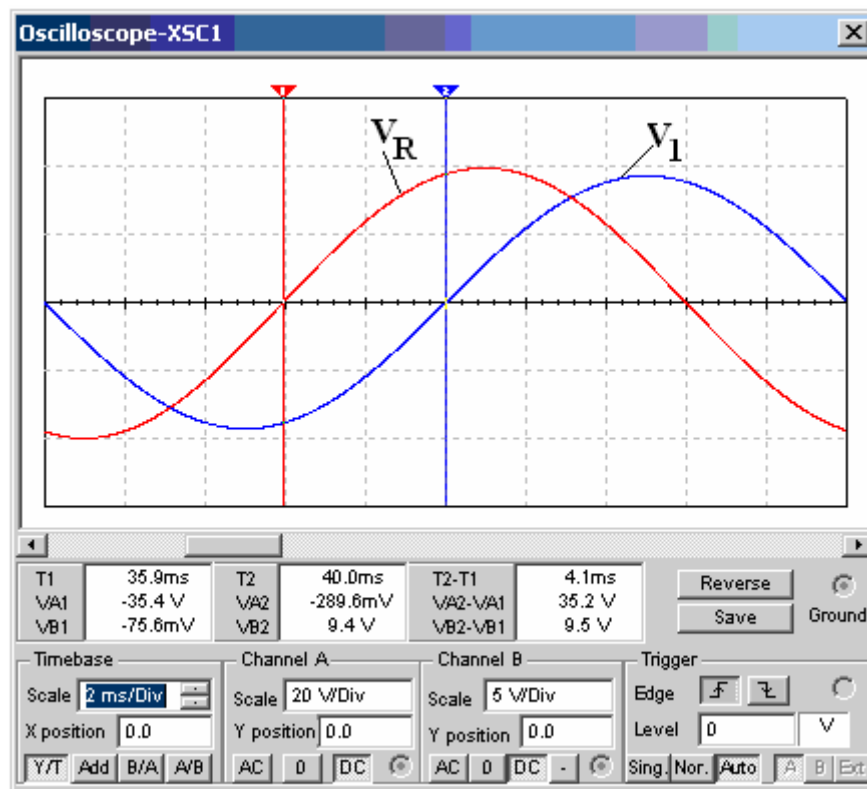
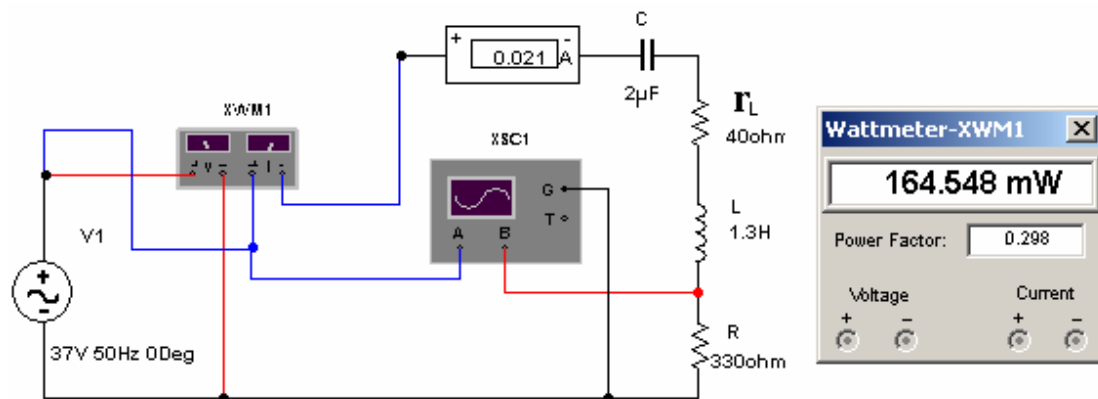
Στη σχέση της μιγαδικής ισχύος έχουμε αρνητική άεργο ισχύ, άρα υπερέχει η άεργος ισχύς του πυκνωτή ($Q_C > Q_L$). Επειδή ($Q_L = |\dot{I}|^2 |\omega L| = 180 \text{ mVAR}$ θα έχουμε: $Q_C = Q + Q_L = 704,22 \text{ mVAR}$ ή $Q_C = |\dot{I}|^2 |X_C| = 704,22 \text{ mVAR.}$

β). Στο συντελεστή ισχύος (**cosφ**), το (**φ**) είναι η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης της πηγής (\dot{V}_1) και του ρεύματος (\dot{I}), που δημιουργεί στο κύκλωμα η πηγή. Η διαφορά αυτή εκφράζεται σε μοίρες. Η γωνία αυτή (**φ**) είναι το όρισμα του ρεύματος (\dot{I}). Άρα (**cosφ = cos 72,6° = 0,299**). Φυσικά μπορεί να βρεθεί ο συντελεστής ισχύος και από τη σχέση:

$$\cos \varphi = \frac{P}{V_1 I} = 0,299$$

Η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι χωρητική, αφού το ρεύμα (\dot{I}) προηγείται της τάσης της πηγής (\dot{V}_1).

γ). Το κύκλωμα στο **multisim**, καθώς και ο τρόπος σύνδεσης του βαττόμετρου, του αμπερόμετρου και του παλμογράφου με τα αποτελέσματα που έχουμε, φαίνονται παρακάτω.



Η διαφορά φάσης μεταξύ του ρεύματος (i) και της τάσης (V_1) της πηγής είναι $(+73,8^\circ)$.

Σημείωση: Για τη μέτρηση της διαφοράς φάσης, έγινε μετακίνηση της ωμικής αντίστασης. Γιατί;

2. Δίνεται το κύκλωμα του **Σχ.2α**. Να υπολογισθούν:

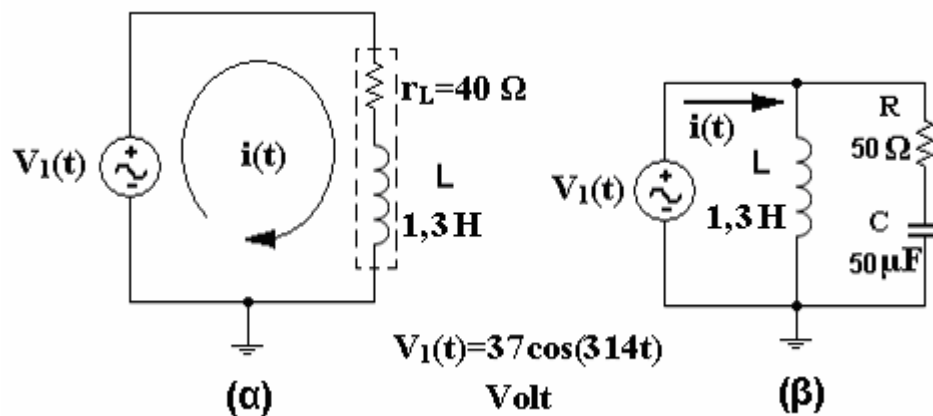
α). Ο συντελεστής ισχύος ($\cos\phi$) του πραγματικού πηνίου.

β). Θέλουμε να αυξήσουμε το συντελεστή ισχύος του πηνίου (φορτίο), από την τιμή που έχει στην τιμή ($\cos\phi'=0,279$). Τι ηλεκτρικό στοιχείο θα συνδέσετε; Που και πώς θα συνδεθεί; Γιατί; Τι τιμή θα έχει;

Στο νέο κύκλωμα που προκύπτει, μετά τη βελτίωση του συντελεστή ισχύος, ποιο μέγεθος μεταβάλλεται (ρεύμα, τάση) και ποια η τιμή του; Το μέγεθος που μεταβάλλεται να συγκριθεί με το αντίστοιχο μέγεθος του αρχικού κυκλώματος. Τι παρατηρείτε;

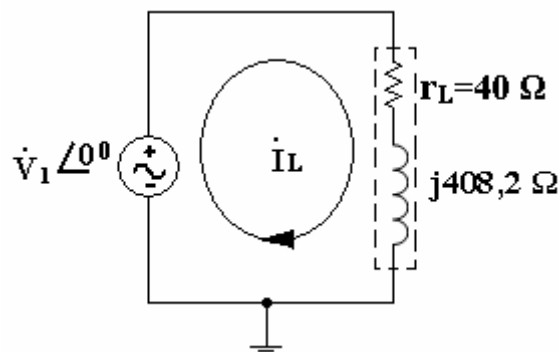
γ). Στο κύκλωμα του Σχ.2β, έχει συνδεθεί το πηνίο παράλληλα (δε λαμβάνεται υπόψη η ωμική του αντίσταση), για να κάνουμε τη βελτίωση του συντελεστή ισχύος του χωρητικού φορτίου (αντίσταση + πυκνωτής). Ποιος είναι ο νέος συντελεστής ισχύος ($\cos\phi'$) μετά τη βελτίωση και ποιος ο παλαιός συντελεστής ισχύος ($\cos\phi$) του χωρητικού φορτίου;

δ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθούν τα κυκλώματα του Σχ.2α και Σχ.2β. Κάντε τις κατάλληλες μετρήσεις και συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με εκείνα των ερωτημάτων (α), (β) και (γ).



Σχήμα 2. Βελτίωση του συντελεστή ισχύος σε επαγωγικό και χωρητικό φορτίο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα του Σχ.2α, στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



α). Η σύνθετη αντίσταση του πραγματικού πηνίου (φορτίο) είναι:

$$\dot{Z}_L = 40 + j408,2 = 410,155 \angle 84,4^\circ \Omega. \text{ Άρα: } \cos \phi = \cos(84,4^\circ) = 0,0975.$$

β). Τοποθετούμε παράλληλα στο φορτίο πυκνωτή κατάλληλης τιμής, έτσι ώστε να προσφέρει αρνητική άεργο ισχύ στο κύκλωμα με σκοπό να

μειώσει τη θετική άεργο ισχύ του φορτίου δηλ. να βελτιώσει το αρχικό ($\cos \phi$). Συνδέοντας παράλληλα τον πυκνωτή, το φορτίο συνεχίζει να λειτουργεί με τα ίδια ονομαστικά του χαρακτηριστικά που είναι η τάση και το ρεύμα δηλ. η ισχύς του.

Πριν τοποθετηθεί ο πυκνωτής το ρεύμα στο φορτίο και φυσικά του κυκλώματος είναι:

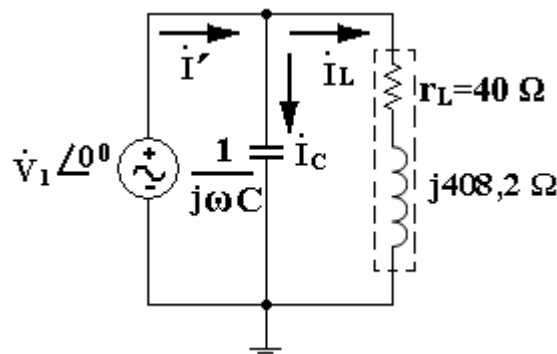
$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_L} = 63,78 \angle -84,4^\circ \text{ mA}.$$

Η πραγματική ισχύς στο φορτίο είναι: $P = |\dot{I}_L|^2 r_L = 162,715 \text{ mW}$.

Η φαινόμενη ισχύς στο φορτίο είναι: $S = |\dot{V}_1| |\dot{I}_L| = 1668,48 \text{ mVA}$.

Τέλος, η άεργος ισχύς του φορτίου δίνεται από τη σχέση: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 1660,53 \text{ mVAR}$.

Με την τοποθέτηση του πυκνωτή, το κύκλωμα γίνεται:



Το ρεύμα που δημιουργεί τώρα η πηγή στο κύκλωμα δίνεται από τη σχέση:

$$I' = \frac{P}{V_1 \cos \phi'} = 22,29 \text{ mA}.$$

Παρατηρούμε ότι έχουμε μείωση της τιμής του ρεύματος της πηγής ($I' < I = I_L$) σε σχέση με το αρχικό, ενώ το φορτίο συνεχίζει να λειτουργεί με την ίδια τάση (V_1) και να διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα (I_L).

Η φαινόμενη ισχύς του κυκλώματος μετά τη βελτίωση είναι:

$$S' = |\dot{V}_1| |\dot{I}'| = 583,1 \text{ mVA} \text{ (έχουμε μείωση)}.$$

Η πραγματική ισχύς στο φορτίο παραμένει σταθερή:

$$P = |\dot{I}_L|^2 r_L = 162,715 \text{ mW}.$$

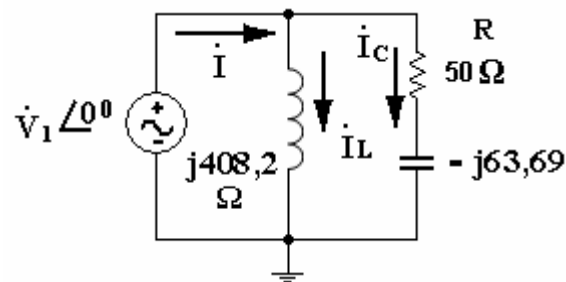
Τέλος, η άεργος ισχύς του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση:

$$Q' = \sqrt{S'^2 - P^2} = 559,93 \text{ mVAR} \text{ (έχουμε μείωση)}.$$

Η άεργος ισχύς του πυκνωτή είναι: $Q_C = Q_L - Q' = 1100,6 \text{ mVAR}$.

Όμως, $Q_C = |\dot{I}_C|^2 |X_C| = |\dot{V}_1|^2 \omega C$ και $C = \frac{Q_C}{\omega |\dot{V}_1|^2} = 5,12 \text{ }\mu\text{F}$.

γ). Το κύκλωμα του **Σχ.2β**, στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



Η σύνθετη αντίσταση του φορτίου είναι:

$\dot{Z}_L = 50 - j63,69 = 80,97 \angle -51,86^\circ \Omega$. Άρα το αρχικό ($\cos \phi$) είναι:
 $\cos(51,86^\circ) = 0,617$.

Πριν τοποθετηθεί το πηνίο το ρεύμα στο φορτίο και φυσικά του κυκλώματος είναι:

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_L} = 323 \angle 51,86^\circ \text{ mA.}$$

Η πραγματική ισχύς στο φορτίο είναι: $P = |\dot{I}_C|^2 R = 5,219 \text{ W}$.

Η φαινόμενη ισχύς στο φορτίο είναι: $S = |\dot{V}_1| |\dot{I}_C| = 8,4518 \text{ VA}$.

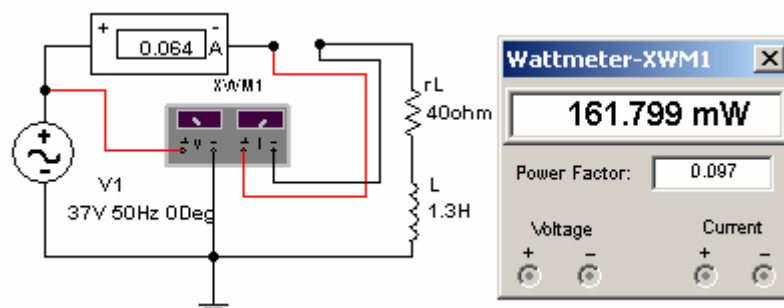
Τέλος, η άεργος ισχύς του φορτίου δίνεται από τη σχέση:
 $Q_L = \sqrt{S^2 - P^2} = 6,648 \text{ VAR}$.

Με την τοποθέτηση του πηνίου παράλληλα στο φορτίο, το ρεύμα της πηγής θα δίνεται από τη σχέση:

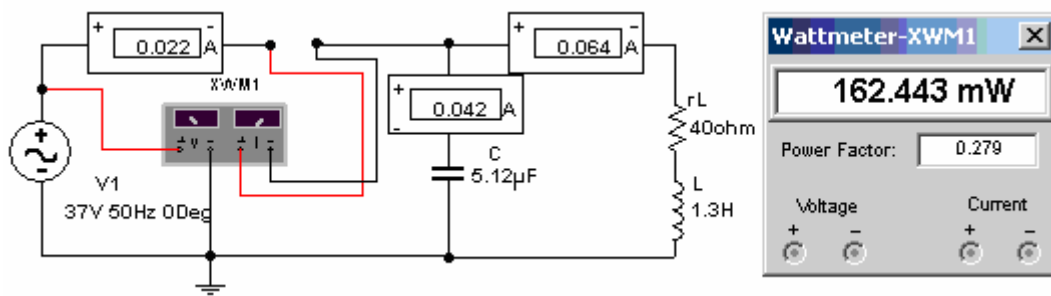
$$\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_C = \frac{\dot{V}_1}{j\omega L} + \dot{I}_C = 275 \angle 43,6^\circ \text{ mA.}$$

Επομένως το νέο ($\cos \phi'$) θα είναι: **$\cos \phi' = \cos(43,6^\circ) = 0,724$.**

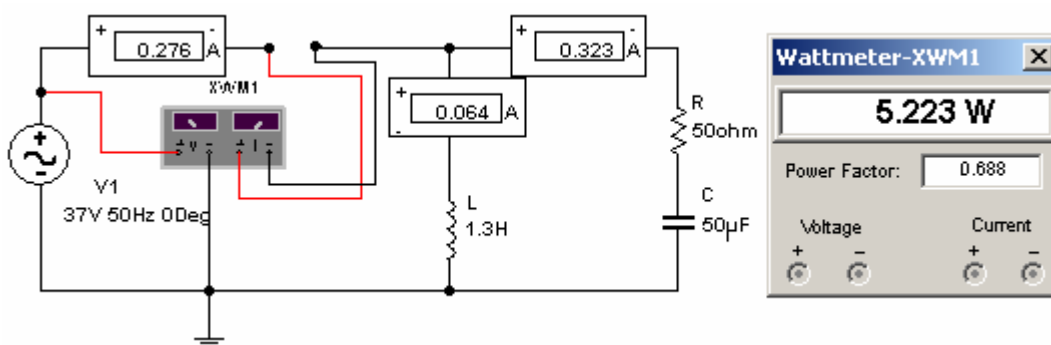
δ). Το κύκλωμα στο **multisim**, ο τρόπος σύνδεσης του αμπερόμετρου και του βαττόμετρου καθώς και τα αποτελέσματα, φαίνονται στο κύκλωμα που ακολουθεί και αφορά το **Σχ.2α**.



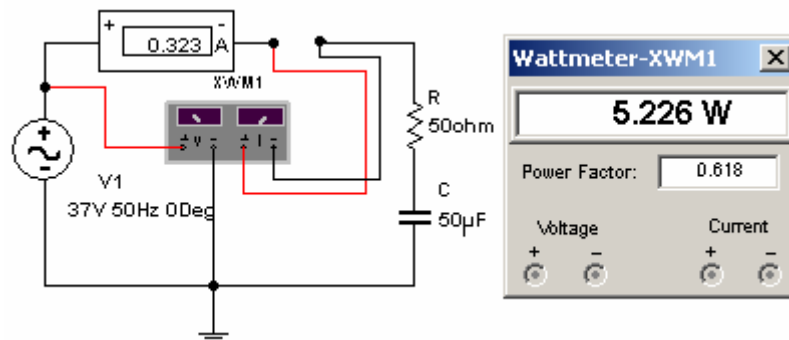
Με την τοποθέτηση του πυκνωτή τα αποτελέσματα είναι:



Το κύκλωμα στο **multisim**, ο τρόπος σύνδεσης του αμπερόμετρου και του βαττόμετρου καθώς και τα αποτελέσματα φαίνονται στο κύκλωμα που ακολουθεί και αφορά το **Σχ.2β**.



Το κύκλωμα στο **multisim**, ο τρόπος σύνδεσης του αμπερόμετρου και του βαττόμετρου καθώς και τα αποτελέσματα του αρχικού ($\cos\phi$) του φορτίου φαίνονται παρακάτω.

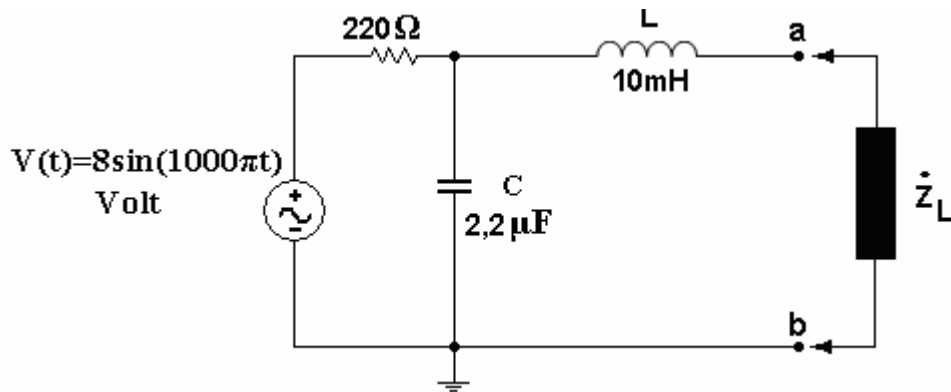


3. Στο κύκλωμα του **Σχ.3** να υπολογίσετε:

α). Την τιμή του φορτίου (\dot{Z}_L), που πρέπει να συνδέσετε στα άκρα (a-b), έτσι ώστε να έχετε μέγιστη μεταφορά ισχύος πάνω του ($\dot{Z}_{th} = \dot{Z}_L^*$).

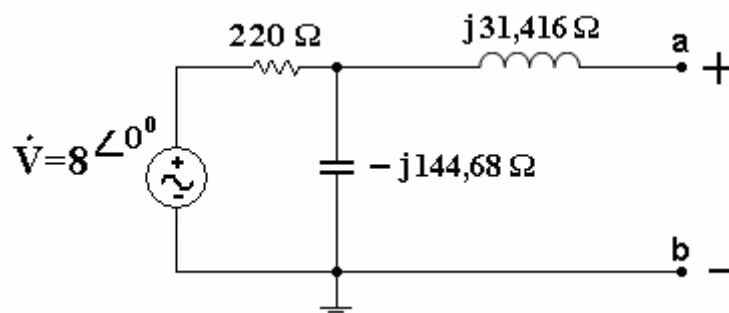
β). Να υπολογισθεί η μέγιστη πραγματική ισχύς πάνω στο φορτίο που θα συνδέσετε στα άκρα (a-b). Να συγκριθεί η τιμή της ισχύος του φορτίου με εκείνο της πηγής. Τι παρατηρείτε;

γ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.3**. Κάντε τις κατάλληλες μετρήσεις και συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με εκείνα των ερωτημάτων (α) και (β).



Σχήμα 3. Εφαρμογή του Θεωρήματος της μέγιστης μεταφοράς ισχύος.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



α). Η αντίσταση Thevenin από τα άκρα **(a-b)** του κυκλώματος χωρίς το φορτίο είναι:

$$\dot{Z}_{th} = \frac{(-j144,68) \cdot 220}{220 - j144,68} + 31,416 = 66,42 - j69,58 \ \Omega.$$

Άρα το φορτίο που θα συνδεθεί στα άκρα **(a-b)**, για να έχουμε μέγιστη μεταφορά ισχύος πάνω του, θα πρέπει να έχει σύνθετη αντίσταση:

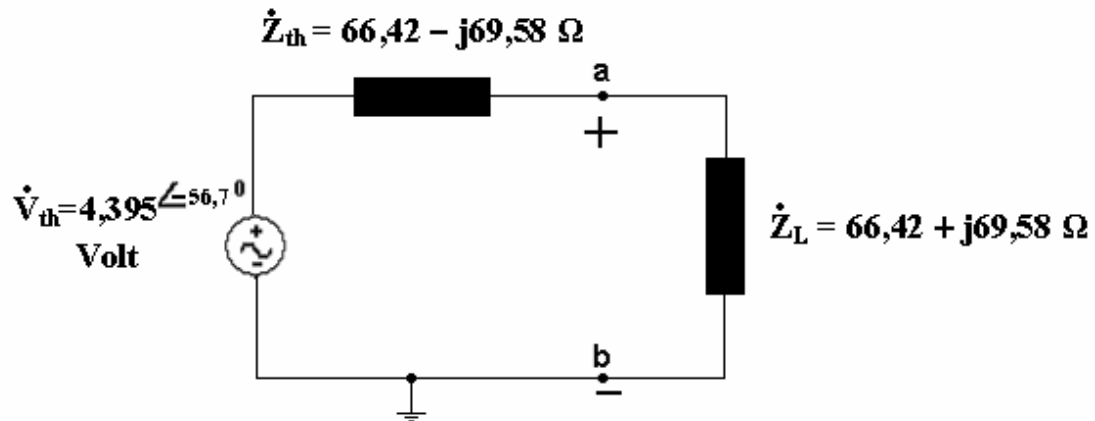
$$\dot{Z}_L = 66,42 + j69,58 \ \Omega.$$

Το φορτίο θα έχει μία ωμική αντίσταση (66,42 Ω) και μία αυτεπαγωγή τιμής ($L = \frac{69,58}{\omega} = 22,14 \text{ mH}$).

β). Η τάση Thevenin θα είναι:

$$\dot{V}_{th} = 8 \angle 0^\circ \frac{-j144,68}{220 - j144,68} = 4,395 \angle -56,7^\circ \text{ Volt}.$$

Άρα, το ισοδύναμο κύκλωμα **Thevenin** μαζί με τη σύνδεση του φορτίου θα είναι:



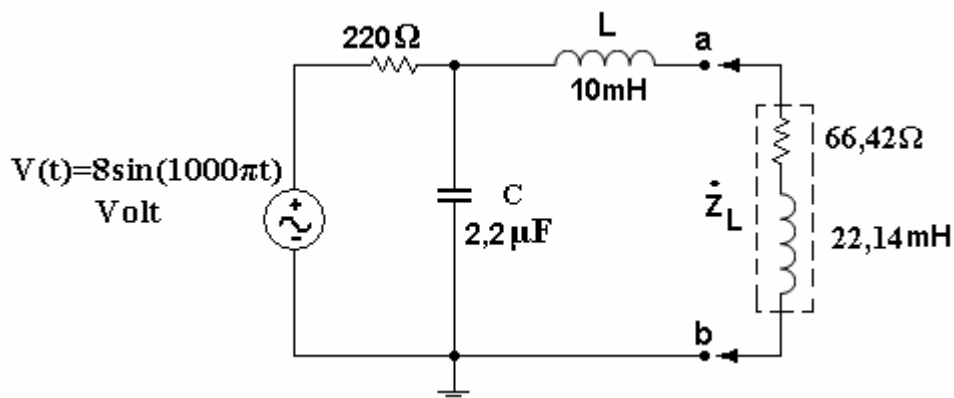
Όταν έχουμε μέγιστη μεταφορά ισχύος η ισχύς της πηγής δίνεται από τη σχέση: $P_{\dot{V}_{th}} = \frac{|\dot{V}_{th}|^2}{4 \cdot 66,42} = 72,77 \text{ mWatt}$. Γιατί;

Η μέγιστη μεταφορά ισχύος στο φορτίο είναι:

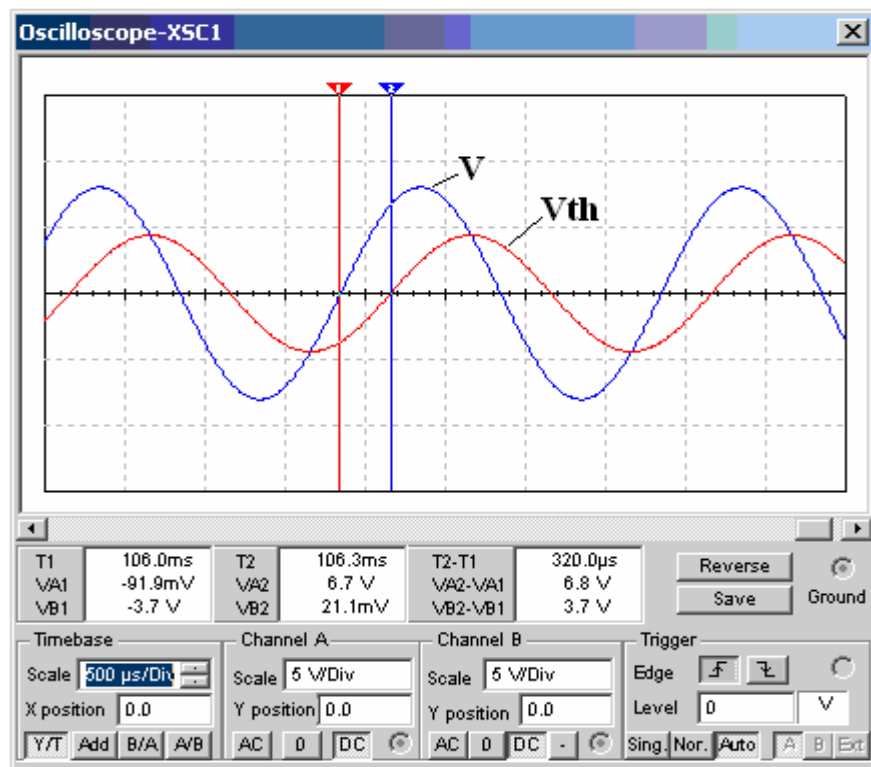
$$P_{Z_L}(\max) = \frac{|\dot{V}_{th}|^2}{8R_L} = 36,38 \text{ mWatt. Γιατί;}$$

Παρατηρούμε ότι η ισχύς στο φορτίο είναι το μισό της ισχύος που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα.

Το τελικό κύκλωμα θα έχει τη μορφή:



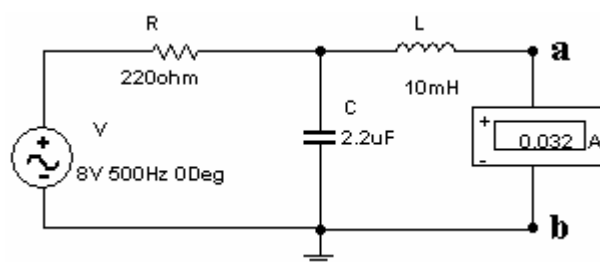
γ). Τα κυκλώματα στο **multisim**, για τον προσδιορισμό της ($\dot{Z}_{th} = \frac{\dot{V}_{th}}{\dot{I}_{sc}}$) μέσω της (\dot{V}_{th}) και του ρεύματος βραχυκύκλωσης (\dot{I}_{sc}) είναι:



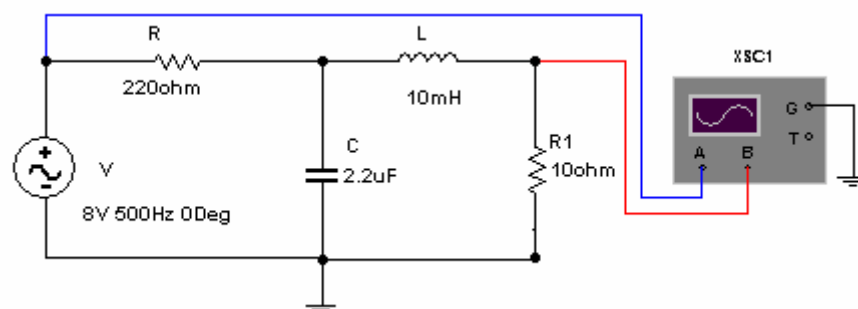
Εύρεση της (\dot{V}_{th}): Από τις μετρήσεις έχουμε:

$$\dot{V}_{th} = \sqrt{2} \cdot 3,108 \angle -57,6^\circ = 4,395 \angle -57,6^\circ \text{ Volt.}$$

Η μέτρηση του μέτρου του (i_{sc}) γίνεται με αμπερόμετρο συνδεδεμένο στα άκρα (**a – b**) ή έμμεσα με μέτρηση της τάσης πάνω στην αντίσταση των (**10 Ω**) και διαιρώντας με την τιμή της αντίστασης.



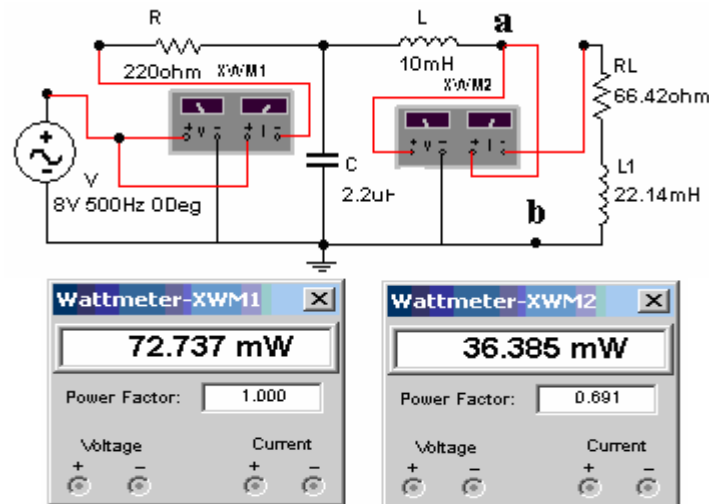
Για την εύρεση του ορίσματος του ρεύματος βραχυκύκλωσης (i_{sc}), συνδέουμε μία μικρή αντίσταση π.χ **10 Ω** στα άκρα του φορτίου όπως δείχνει το κύκλωμα που ακολουθεί.



Το ρεύμα βραχυκύκλωσης με βάση τις μετρήσεις είναι:
 $(i_{sc} = 32 \sqrt{2} \angle^{-14,4^\circ} = 45,25 \angle^{-14,4^\circ}) \text{ mA}.$

$$\text{Επομένως } (\dot{Z}_{th} = \frac{\dot{V}_{th}}{\dot{I}_{sc}} = \frac{4,395 \angle^{-57,6^\circ}}{45,25 \angle^{-14,4^\circ}} = 97,12 \angle^{-43,2^\circ}) \Omega.$$

Η πραγματική ισχύς που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα καθώς και η μέγιστη ισχύς που έχουμε στο φορτίο, φαίνονται στο κύκλωμα που ακολουθεί.



4. Δίνεται το κύκλωμα του **Σχ.4**. Να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

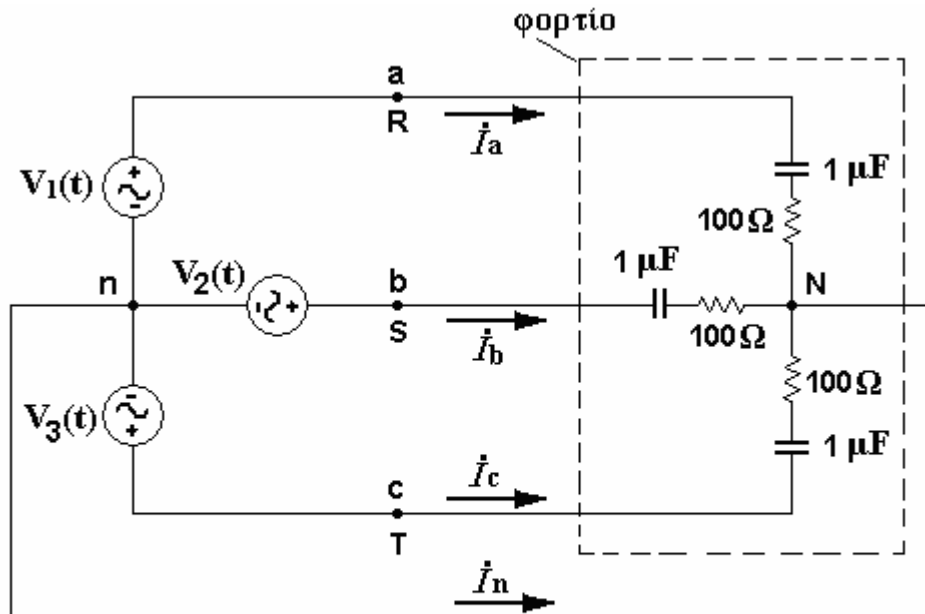
α). Γιατί το σύστημα είναι συμμετρικό και όχι ασύμμετρο;

β). Ποια η τιμή του μέτρου των φασικών τάσεων και ποια των πολικών τάσεων; Ποια σχέση συνδέει τα μέτρα των τάσεων αυτών και πώς προκύπτει; Να δοθούν οι σχέσεις των: $V_{ab}(t)$, $V_{bc}(t)$ και $V_{ca}(t)$.

γ). Να υπολογισθούν τα ρεύματα των φάσεων: $i_a(t)$, $i_b(t)$ και $i_c(t)$. Ποια η τιμή του ρεύματος $i_n(t)$ του ουδέτερου; Ισχύει η σχέση: $(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n = 0)$;

δ). Ποια η πραγματική και ποια η άεργος ισχύς του φορτίου;

ε). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του **Σχ.4**. Κάντε τις κατάλληλες μετρήσεις και συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με εκείνα των ερωτημάτων (α), (β), (γ) και (δ).



$$V_1(t) = 37 \cos(314t) \text{ Volt}$$

$$V_2(t) = 37 \cos(314t - 120^\circ) \text{ Volt}$$

$$V_3(t) = 37 \cos(314t - 240^\circ) \text{ Volt}$$

Σχήμα 4. Συμμετρικό τριφασικό κύκλωμα.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: α). Το σύστημα είναι συμμετρικό, γιατί σε κάθε φάση έχουμε το ίδιο φορτίο.

β). Για τα μέτρα των φασικών τάσεων ισχύει:

$$|\dot{V}_{an}| = |\dot{V}_{bn}| = |\dot{V}_{cn}| = \dot{V}_\phi$$

$$\text{άρα } |\dot{V}_{an}| = |\dot{V}_{bn}| = |\dot{V}_{cn}| = 26.16 \text{ Volt}$$

Με βάση τις σχέσεις:

$$\dot{V}_{ab} = \dot{V}_{an} - \dot{V}_{bn} \quad \text{ή} \quad V_{ab}(t) = \sqrt{3} V_\phi \cos(\omega t + 30^\circ)$$

$$\dot{V}_{bc} = \dot{V}_{bn} - \dot{V}_{cn} \quad \text{ή} \quad V_{bc}(t) = \sqrt{3} V_\phi \cos(\omega t - 90^\circ)$$

$$\dot{V}_{ca} = \dot{V}_{cn} - \dot{V}_{an} \quad \text{ή} \quad V_{ca}(t) = \sqrt{3} V_\phi \cos(\omega t + 150^\circ)$$

έχουμε:

$$\dot{V}_{ab} = 45,316 \angle 30^\circ \text{ Volt}, \quad \dot{V}_{bc} = 45,316 \angle -90^\circ \text{ Volt} \quad \text{και} \quad \dot{V}_{ca} = 45,316 \angle 150^\circ \text{ Volt}$$

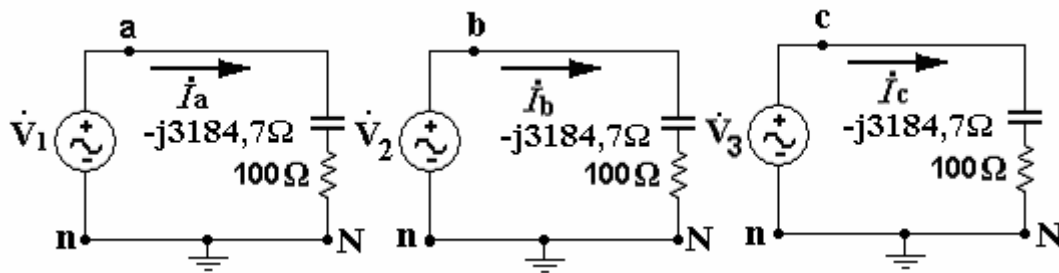
Παρατηρούμε ότι $|\dot{V}_{ab}| = \sqrt{3} |\dot{V}_{an}|$ δηλαδή η σχέση μεταξύ των μέτρων των φασικών και των πολικών τάσεων είναι $V_\pi = \sqrt{3} V_\phi$. Ακόμη έχουμε:

$$V_{ab}(t) = 45,316 \cos(\omega t + 30^\circ)$$

$$V_{bc}(t) = 45,316 \cos(\omega t - 90^\circ)$$

$$V_{ca}(t) = 45,316 \cos(\omega t + 150^\circ)$$

γ). Επειδή το κύκλωμα μας είναι συμμετρικό, η ανάλυση μπορεί να γίνει με τα λεγόμενα ισοδύναμα μονοφασικά.



Τα φασικά ρεύματα δίνονται από τις σχέσεις:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{V}_{an}}{\dot{Z}_{aN}} = \frac{26,16 \angle 0^\circ}{100 - j3184,7} = 8,2 \angle 88,2^\circ \text{ mA.}$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{V}_{bn}}{\dot{Z}_{bN}} = \frac{26,16 \angle -120^\circ}{100 - j3184,7} = 8,2 \angle -31,8^\circ \text{ mA.}$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{V}_{cn}}{\dot{Z}_{cN}} = \frac{26,16 \angle -240^\circ}{100 - j3184,7} = 8,2 \angle -151,8^\circ \text{ mA.}$$

Στο πεδίο του χρόνου τα ρεύματα των φάσεων είναι:

$$\mathbf{i_a(t)=8.21\cos(314t+88,2^\circ) \text{ mA.}}$$

$$\mathbf{i_b(t)=8.21\cos(314t-31,8^\circ) \text{ mA.}}$$

$$\mathbf{i_c(t)=8.21\cos(314t-151,8^\circ) \text{ mA.}}$$

Στον κόμβο (N) θα έχουμε $\dot{I}_n = -(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c)$ και βρίσκουμε ότι ($\dot{I}_n = 0$).

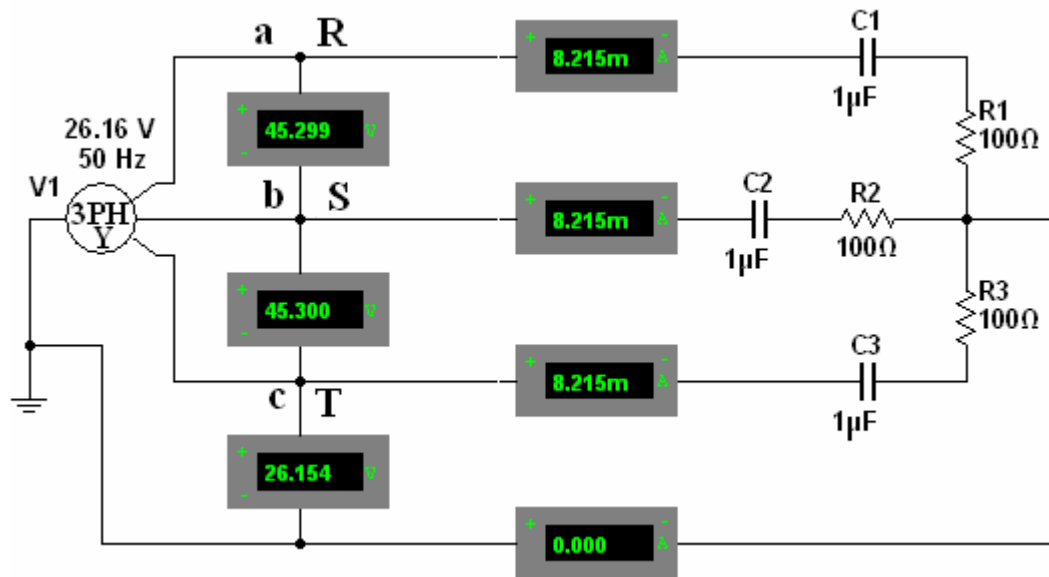
δ). Με βάση τις σχέσεις, η πραγματική ισχύς, η άεργος και η φαινόμενη είναι:

$$P = 3V_\phi I_\phi \cos\phi = 3 \cdot 26,16 \cdot 8,2 \cdot \cos(88,2) = 20,22 \text{ mWatt.}$$

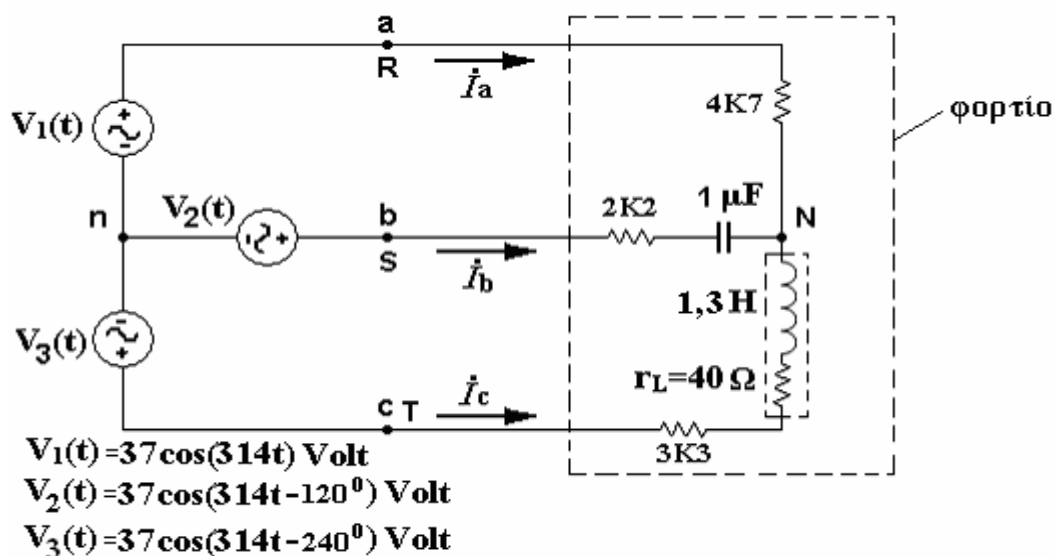
$$Q = 3V_\phi I_\phi \sin\phi = 3 \cdot 26,16 \cdot 8,2 \cdot \sin(88,2) = 643,2 \text{ mVAR.}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3V_\phi \cdot I_\phi = 3 \cdot 26,16 \cdot 8,2 = 643,536 \text{ mVA.}$$

ε). Το κύκλωμα με τη βοήθεια του **multisim** (έκδοση 10) καθώς και τα μέτρα των φασικών, πολικών τάσεων και φασικών ρευμάτων, φαίνονται στο κύκλωμα που ακολουθεί:

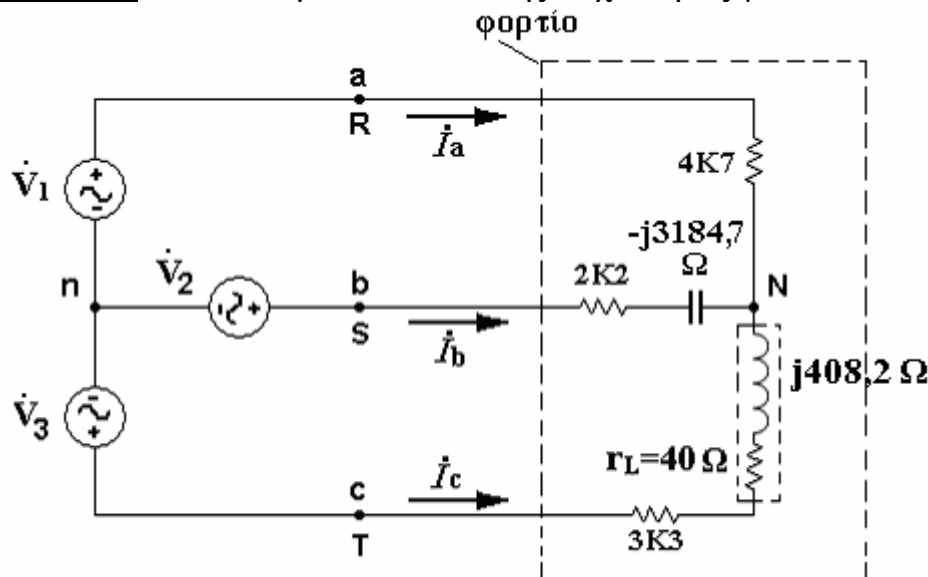


5. Δίνεται το ασύμμετρο τριφασικό κύκλωμα του Σχ.5.
- α). Με τη βοήθεια του θεωρήματος του **Millman**, να υπολογισθεί η τάση (\dot{V}_{Nn}). Ποιες οι τιμές των ρευμάτων $\dot{i}_a(t)$, $\dot{i}_b(t)$ και $\dot{i}_c(t)$;
- β). Αν υπήρχε ουδέτερος αγωγός στο κύκλωμα, ποια θα ήταν η τιμή του ρεύματος $\dot{i}_n(t)$; Ισχύει η σχέση: ($\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n = 0$);
- γ). Ποια η πραγματική και ποια η άεργος ισχύς στο φορτίο;
- δ). Με τη βοήθεια του προγράμματος (**multisim**), να σχεδιασθεί το κύκλωμα του Σχ.5. Κάντε τις κατάλληλες μετρήσεις και συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με εκείνα των ερωτημάτων (α), (β) και (γ).



Σχήμα 5. Ασύμμετρο τριφασικό κύκλωμα.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



α). Χρησιμοποιώντας τη σχέση του θεωρήματος του Millman θα έχουμε:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{\dot{Y}_a \cdot \dot{V}_a + \dot{Y}_b \cdot \dot{V}_b + \dot{Y}_c \cdot \dot{V}_c}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c} =$$

$$= \frac{\frac{37 \angle 0^\circ}{4700} + \frac{37 \angle -120^\circ}{2200 - j3184,7} + \frac{37 \angle -240^\circ}{3340 + j408,2}}{\frac{1}{4700} + \frac{1}{2200 - j3184,7} + \frac{1}{3340 + j408,2}} = 11,496 \angle -5,2^\circ \text{ Volt}.$$

Από τις σχέσεις:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{\dot{Z}_{aN}} = 5,44 \angle 2,3^\circ \text{ mA}, \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{V}_{bn} - \dot{V}_{Nn}}{\dot{Z}_{bN}} = 11,52 \angle 283,16^\circ \text{ mA},$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{V}_{cn} - \dot{V}_{Nn}}{\dot{Z}_{cN}} = 12,78 \angle 127^\circ \text{ mA}.$$

Τα ρεύματα στο πεδίο του χρόνου είναι:

$$i_a(t) = 5,44 \cos(314t + 2,3^\circ) \text{ mA}.$$

$$i_b(t) = 11,52 \cos(314t + 283,16^\circ) \text{ mA}.$$

$$i_c(t) = 12,78 \cos(314t + 127^\circ) \text{ mA}.$$

β). Αν υπήρχε ουδέτερος αγωγός τότε θα είχαμε

$$\dot{I}_n = -(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c) \Rightarrow \dot{I}_n = 7,8 \angle 9^\circ \text{ mA}. \text{ Φυσικά και δεν ισχύει η σχέση: } (\dot{I}_n = 0) \text{ δηλ. ο ουδέτερος διαρρέεται από ρεύμα.}$$

γ). Η πραγματική ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση:

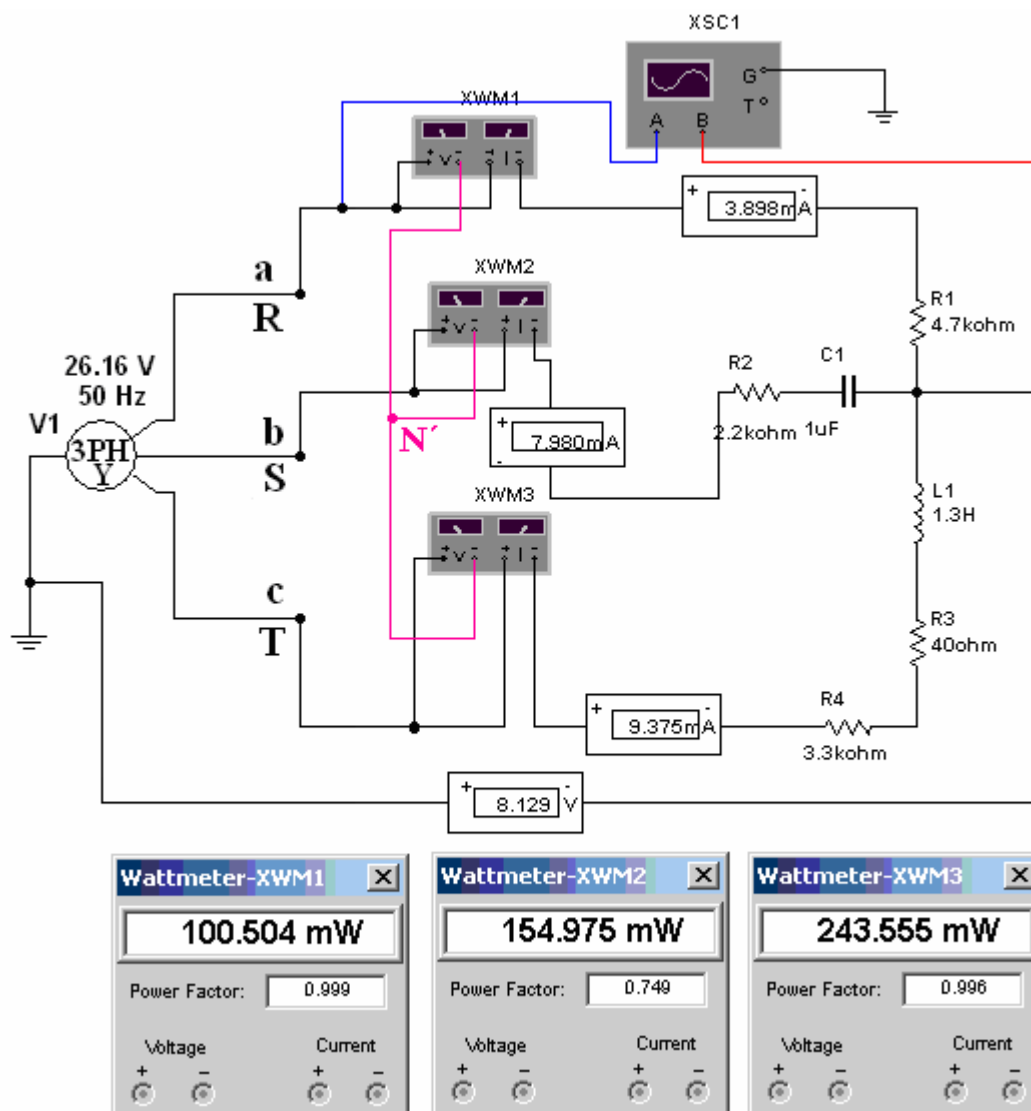
$$P_{\text{ολ.}} = P_1 + P_2 + P_3 = \left| \frac{\dot{I}_a}{\sqrt{2}} \right|^2 4700 + \left| \frac{\dot{I}_b}{\sqrt{2}} \right|^2 2200 + \left| \frac{\dot{I}_c}{\sqrt{2}} \right|^2 3340 = 488,275 \text{ mWatt}.$$

Μπορεί η πραγματική και η άεργος ισχύς να υπολογισθεί από τη μιγαδική ισχύ με βάση τη σχέση:

$$\dot{W} = \dot{V}_{an} \dot{I}_a^* + \dot{V}_{bn} \dot{I}_b^* + \dot{V}_{cn} \dot{I}_c^* = 488,439 - j174,11 \text{ mVA.}$$

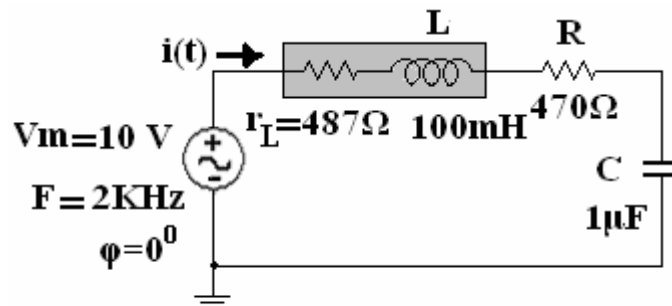
Άρα: $P_{ολ.} = 488,439 \text{ mWatt}$, $Q_{ολ.} = 174,11 \text{ mVAR}$ και $S_{ολ.} = \sqrt{P_{ολ.}^2 + Q_{ολ.}^2} = 518,54 \text{ mVA.}$

δ). Το κύκλωμα στο **multisim** καθώς και οι ενδείξεις των οργάνων που χρησιμοποιούμε, φαίνονται παρακάτω. Υπόψη ότι οι ενδείξεις των βατομέτρων δεν αντιστοιχούν στην ισχύ κάθε αντίστοιχης φάσης, αλλά το άθροισμα των ενδείξεων τους μας δίνουν την ολική πραγματική ισχύ του φορτίου. Ο τεχνητός κόμβος (N') χρησιμοποιείται όταν δεν είναι προσιτός ο ουδέτερος. Στην περίπτωση μας αν και είναι προσιτός ο ουδέτερος, τον έχουμε χρησιμοποιήσει τον τεχνητό κόμβο, για να δείξουμε τον τρόπο μέτρησης της πραγματικής ισχύος αν είναι απρόσιτος ο ουδέτερος. Η τεχνική μέτρησης της πραγματικής ισχύος με τεχνητό κόμβο (N'), χρησιμοποιείται σε συμμετρικά ή ασύμμετρα φορτία είτε αυτά είναι συνδεδεμένα σε αστέρα είτε σε τρίγωνο.



ΘΕΜΑ 1:

Να συναρμολογηθεί το κύκλωμα του Σχ.1. Να γίνουν οι κατάλληλες μετρήσεις και να βρεθούν τα παρακάτω.



Σχήμα 1.

- α).** Τα \dot{I} , \dot{V}_R , \dot{V}_{ZL} , \dot{V}_C , \dot{V}_{rL} , \dot{V}_L και τα $i(t)$, $V_R(t)$, $V_{ZL}(t)$, $V_{rL}(t)$, $V_L(t)$, και $V_C(t)$.
- β).** Ποια η $\dot{Z}_{ολ}$; Συμπεριφορά του κυκλώματος (δύο τρόπους).
- γ).** Ισχύει η σχέση: $\dot{V}_C = \dot{V}_M - \dot{V}_{ZL} - \dot{V}_R$;
- δ).** Αν τα (L και C) άγνωστα, να βρεθούν οι τιμές τους με βάση τις μετρήσεις.
- ε).** Ποιο το εργαστηριακό ισοδύναμο Thevenin από τα άκρα του πυκνωτή;
- στ).** Τι είδος φορτίο και ποιες οι τιμές των στοιχείων του, που αν συνδεθεί στα άκρα του πυκνωτή θα έχουμε πάνω του μέγιστη μεταφορά πραγματικής ισχύος; Ποια η τιμή της ισχύος αυτής;
- ζ).** Όλα τα είδη ισχύος του κυκλώματος (με δύο τρόπους). Ποιο το $(\cos\phi)$ του κυκλώματος; Ποια η άεργος ισχύς του πυκνωτή και του πηνίου; Να βρεθεί η συμπεριφορά του κυκλώματος. Ποιο το $(\cos\phi)$ του πηνίου;
- η).** Να γίνει βελτίωση του $(\cos\phi)$ του κυκλώματος από την τιμή που έχει στην τιμή $(\cos\phi'=0,733)$. Τι εξάρτημα θα συνδέσετε σε ποιο σημείο του κυκλώματος και ποια η τιμή του εξαρτήματος αυτού; Ποια η τιμή του (\dot{I}) μέσα από το εξάρτημα αυτό και ποια η νέα τιμή (\dot{I}) του ρεύματος της πηγής; Για ποια τιμή του εξαρτήματος αυτού έχουμε $(\cos\phi = 1)$ και για ποιες τιμές του το κύκλωμα αλλάζει συμπεριφορά;
- θ).** Σε σειρά με την (AC) πηγή να συνδεθεί και μια πηγή (DC) (3 Volt). Ποια θα είναι τα $i(t)$, $V_R(t)$, $V_{ZL}(t)$, $V_{rL}(t)$, $V_L(t)$, και $V_C(t)$ τώρα; Ποια είναι η ενεργός τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή και του πηνίου; Ποια η αποθηκευμένη ενέργεια στον πυκνωτή;
- ι).** Τι είδος θα είναι το φίλτρο αν στο κύκλωμα του **Σχ.1**, θεωρηθεί για έξοδος τα άκρα του αντιστάτη, του πυκνωτή, του πηνίου και ο συνδυασμός πυκνωτή και πηνίου σε σειρά; Να γίνουν οι κατάλληλες εργαστηριακές μετρήσεις και να βρεθούν όπου υπάρχουν τα: $(F_0, F_C, F_L,$

F_H , W , Q , και $db/δεκάδα$). Να σχεδιασθεί η καμπύλη πλάτους και φάσης του κάθε φίλτρου.

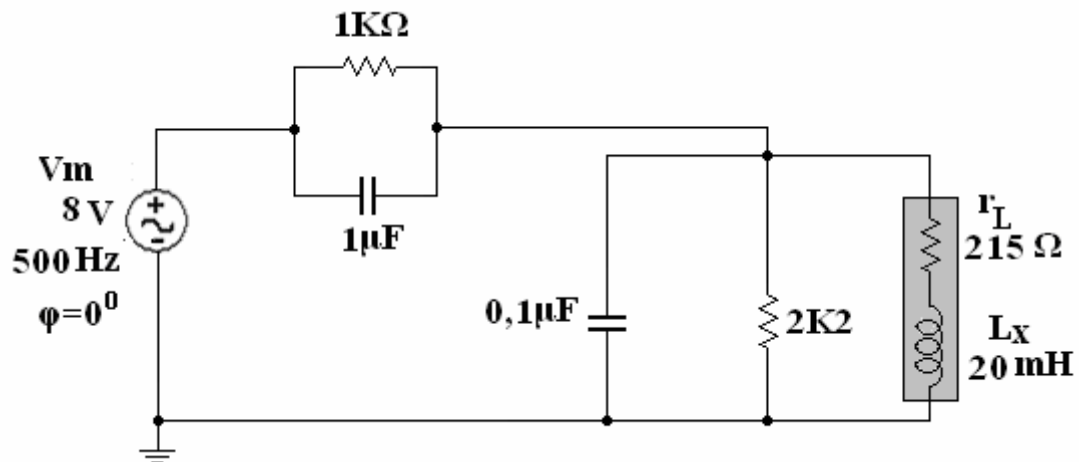
κ). Στο κύκλωμα του **Σχ.1**, έξοδος είναι τα άκρα του αντιστάτη. Να βρεθεί η συχνότητα συντονισμού (F_0) του κυκλώματος τουλάχιστον με πέντε τρόπους. Ποια τα : (F_L , F_H , W , και Q); Να σχεδιασθεί η καμπύλη πλάτους και φάσης του συντονισμένου κυκλώματος. Στην (F_0) ποιες οι τάσεις στον πυκνωτή και στο πηνίο; Να συγκριθούν οι τάσεις αυτές με εκείνη της πηγής. Τι παρατηρείτε;

λ). Συνδέστε τον πυκνωτή παράλληλα στο πηνίο. Στο παράλληλο κύκλωμα πυκνωτής – πηνίο να βρεθεί η συχνότητα συντονισμού (F_0) και τα (F_L , F_H , W , και Q).

μ). Το κύκλωμα του **Σχ.1**, είναι το ισοδύναμο μονοφασικό της φάσης (R) ενός τριφασικού φορτίου που οι πηγές του αποτελούν το ευθύ σύστημα. Να δοθούν οι τιμές των ρευμάτων των φάσεων (S) και (T). Ποιες οι τιμές των ρευμάτων αν το σύστημα είναι το αντίστροφο; Τι παρατηρείτε ως προς τα ορίσματα των ρευμάτων και στις δύο περιπτώσεις; Ποιες οι τιμές όλων των ειδών ισχύος του τριφασικού φορτίου; Ποιο το ($\cos\phi$) του τριφασικού φορτίου;

ν). Θέλουμε να κάνουμε βελτίωση του ($\cos\phi$) του τριφασικού φορτίου συνδέοντας πυκνωτές (10 nF) σε αστέρα. Πόση θα είναι τώρα η τιμή του ($\cos\phi$) όλου του κυκλώματος; Ποια η τιμή των πυκνωτών για να πετύχουμε το ίδιο ($\cos\phi$) αν έχουμε σύνδεση σε τρίγωνο; Ποια σύνδεση θα επιλέγατε και γιατί;

ΘΕΜΑ 2: Να συναρμολογηθεί το κύκλωμα του Σχ.1. Μετά από κατάλληλες μετρήσεις και υπολογισμούς να απαντηθούν τα ερωτήματα που ακολουθούν. Υπόψη, γνωστά είναι μόνο τα στοιχεία της πηγής.



Σχήμα 1.

ΟΜΑΔΑ Α:

1. Να υπολογισθεί η ολική σύνθετη αντίσταση από τα άκρα της πηγής.
2. Ποια η τιμή της ωμικής και της φανταστικής αντίστασης από τα άκρα της πηγής;
3. Να αντικατασταθεί το αρχικό κύκλωμα (εκτός από εκείνο της πηγής) με ένα ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL) σειράς, με τις τιμές των στοιχείων του.

ΟΜΑΔΑ Β:

4. Στο αρχικό κύκλωμα να βρεθούν οι τιμές όλων των ειδών ισχύος του κυκλώματος. Ποιο το $\cos\phi$ του κυκλώματος;
5. Να συναρμολογηθεί το ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL) σειράς του αρχικού κυκλώματος, με τις τιμές των στοιχείων του και μετά από κατάλληλες μετρήσεις να υπολογισθούν όλα τα είδη ισχύος του κυκλώματος καθώς και το $\cos\phi$ του ισοδύναμου κυκλώματος.
6. Στο αρχικό κύκλωμα (υπόψη Δεν έχετε παλμογράφο) να βρεθούν οι τιμές όλων των ειδών ισχύος του κυκλώματος. Ποιο το $\cos\phi$ του πηνίου;

ΟΜΑΔΑ Γ:

7. Να συνδεθεί σε σειρά με το ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL), στοιχείο κατάλληλης τιμής, έτσι ώστε η πραγματική ισχύ που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα να είναι μέγιστη. Ποια η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος;
8. Να συνδεθεί σε σειρά με το ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL), στοιχείο κατάλληλης τιμής, έτσι ώστε το κύκλωμα που θα προκύψει να συντονίζεται στη συχνότητα της πηγής. Ποια η τιμή της εσωτερικής αντίστασης του πηνίου αν θεωρηθεί άγνωστη και δεν έχετε στη διάθεσή σας ωμόμετρο;
9. Να συνδεθεί σε σειρά με το ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL), στοιχείο κατάλληλης τιμής, έτσι ώστε το $\cos\phi$ της πηγής να είναι μονάδα; Ποια η πραγματική ισχύς του πηνίου;

ΟΜΑΔΑ Δ:

10. Να συναρμολογηθεί το ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL) σειράς του αρχικού κυκλώματος, με τις τιμές των στοιχείων του. Από τα άκρα του πυκνωτή ή του πηνίου να βρεθεί και σχεδιασθεί το ισοδύναμο Thevenin.
11. Να συναρμολογηθεί το ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL) σειράς του αρχικού κυκλώματος, με τις τιμές των στοιχείων του. Αν τα άκρα του πυκνωτή ή του πηνίου θεωρηθούν σαν έξοδος του κυκλώματος και η πηγή είναι της μορφής $V(t)=3+5\sin(1000\pi t)$ volt, να βρεθεί η $V_{out}(t)$.
12. Μετά από μετρήσεις να βρεθεί η εσωτερική αντίσταση της πηγής του αρχικού κυκλώματος.

ΟΜΑΔΑ Ε:

13. Να συναρμολογηθεί το ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL) σειράς του αρχικού κυκλώματος, με τις τιμές των στοιχείων του. Αν τα άκρα του πυκνωτή ή του πηνίου θεωρηθούν σαν έξοδος του φίλτρου, τι είδος φίλτρο έχουμε και ποιας συχνότητας σήματα είναι εκμεταλλεύσιμα;
14. Να μετατραπεί το ισοδύναμο κύκλωμα (RC) ή (RL) σειράς του αρχικού κυκλώματος σε φίλτρο ζώνης με κεντρική συχνότητα εκείνο της πηγής. Ποιο το εύρος ζώνης του φίλτρου και ο συντελεστής ποιότητας αν σαν έξοδος του φίλτρου θεωρηθούν τα άκρα του ωμικού αντιστάτη;