

(1)

ΤΜΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι

ΘΕΜΑ Ι. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\int x\sqrt[3]{2-x^3} dx$

ΘΕΜΑ ΙΙ. Να υπολογιστεί το γενικευμένο ολοκλήρωμα $\int_0^{\infty} \frac{x^2 \operatorname{arctan} x}{(1+x^2)^3} dx$

ΘΕΜΑ ΙΙΙ. Να βρεθεί το εμβαδόν της επιφάνειας του στερέου που προκύπτει από περιστροφή γύρω από τον άξονα $X'OX$ της έλλειψης

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

ΘΕΜΑ ΙV. α) Να βρεθεί το άθροισμα της σειράς $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 7n + 12}$

β) Να βρεθεί το ανάπτυγμα Taylor γύρω από το σημείο $x_0 = 2$ της

συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$.

γ) Να βρεθεί το διάστημα σύγκλισης και το άθροισμα της

σειράς $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+2)!}$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, \quad |x| \leq 1$$

$$\frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n, \quad |x| \leq 1$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$