

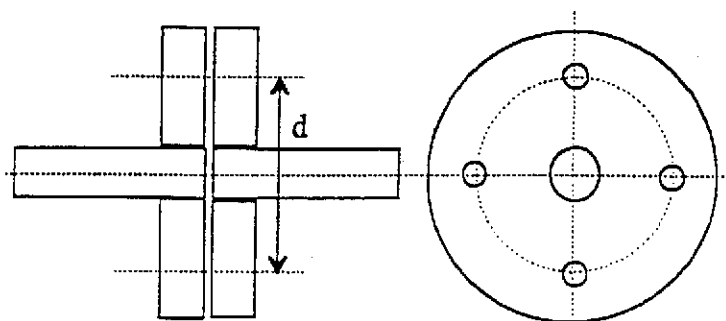
ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ

Καθ. Παναγιώτης Δ. Σπάρης

ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΒΙΔΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΞΑΝΘΗ 2000

Θέμα 1. Για τη σύνδεση δύο αξόνων χρησιμοποιείται σύνδεσμος ο οποίος μεταφέρει τη ροπή στρέψης του άξονα μέσω τεσσάρων κοχλιών M10 από υλικό 5.8. Οι κοχλίες αυτοί είναι τοποθετημένοι σε περιφέρεια με διάμετρο $d=250\text{ mm}$ όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 1. Ζητείται να υπολογισθεί η μέγιστη κυματοειδής ροπή στρέψης που είναι σε θέση να μεταφέρει με ασφάλεια ο συγκεκριμένος σύνδεσμος.



Σχήμα 1

Λύση: Το όριο διαρροής για υλικό 5.8 είναι (σελίδα 1.17):

$$\sigma_F = 400 \text{ N/mm}^2$$

Εφόσον ο άξονας μεταφέρει κυματοειδή ροπή στρέψης, η επιτρεπόμενη τάση διάτμησης θα είναι:

$$\tau_{\pi} = 0.5\sigma_F = 200 \text{ N/mm}^2$$

Με βάση τη σχέση:

$$\tau_{\pi} \geq \frac{4F}{\pi D_o^2}$$

θα έχουμε:

$$F \leq \frac{\tau_{\pi} \pi D_o^2}{4} = \frac{200 \pi 10^2}{4} = 1.57 \times 10^4 \text{ N}$$

Η συνολική ροπή που μεταφέρουν οι τέσσερις κοχλίες θα είναι:

$$M = 4F \frac{d}{2} = 2 \times 1.57 \times 10^4 \times 0.25 = 7.85 \times 10^3 \text{ Nm}$$

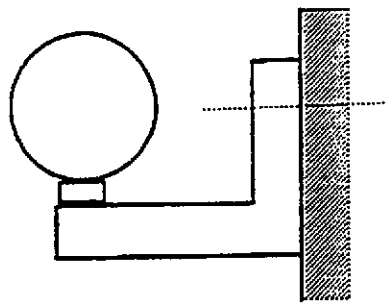
Θέμα 2. Αυτοκίνητο συνδέεται με ρυμουλκούμενο (Trailer) μάζας $m=500\text{ kg}$ μέσω αγκίστρου. Το άγκιστρο αυτό συνδέεται με το σκελετό του αυτοκινήτου μέσω δύο κοχλιών από υλικό 5.8 όπως δείχνει το σχήμα 2. Ζητείται να υπολογισθεί η διάμετρος των κοχλιών αυτών ώστε το αυτοκίνητο να μπορεί να επιταχύνει με ασφάλεια το ρυμουλκούμενο από στάση στα 100 km/h σε 10 s .

Λύση: Η επιτάχυνση γ του αυτοκινήτου δίδεται από τη σχέση:

$$\gamma = \frac{v}{t} = \frac{10^5}{10 \times 3600} = 2.77 \text{ m/s}^2$$

Η επιτάχυνση αυτή δημιουργεί μία αδρανειακή φόρτιση στο άγκιστρο ίση με

$$F = m\gamma = 500 \times 2.77 \text{ kgm/s}^2 = 1388.8 \text{ N}$$



Σχήμα 2

Το φορτίο αυτό κατανέμεται σε δύο κοχλίες οι οποίοι θα εφελκύνονται με δύναμη:

$$F' = 694.4 \text{ N}$$

Το φορτίο αυτό έχει δυναμικό χαρακτήρα και είναι πρωτογενές. Για να διατηρηθεί η σύσφιξη των κοχλίων και να περιορισθεί η καταπόνηση των κοχλίων από το δυναμικό αυτό φορτίο είναι απαραίτητο να υπάρξει πρόταση των κοχλίων τουλάχιστον με φορτίο ίσο με το παραπάνω. Αρα για

$$F_{\max} \geq F' = 694.4 \text{ N}$$

Δεχόμενοι

$$F_{\max} = 1.1 F' = 763.4 \text{ N}$$

θα έχουμε:

$$\sigma_{\text{επ}} = 0.8 \sigma_F = 0.8 \times 400 = 320 \text{ N/mm}^2$$

και

$$S \geq \frac{F_{\max}}{\sigma_{\text{επ}}} = 2.38 \text{ mm}^2 \quad d_s \geq \sqrt{\frac{4 F_{\max}}{\pi \cdot \sigma_{\text{επ}}}} \Rightarrow d_s \geq 1.743 \text{ mm}$$

Εάν επιλέξω κοχλία διαμέτρου $d=3 \text{ mm}$ και $P=0.5 \text{ mm}$ θα έχω:

$$d_2 = d - 0.64953 P = 2.80 \text{ mm}$$

και

$$d_3 = d - 1.22687 P = 2.63 \text{ mm}$$

Αρα

$$d_s = 0.5(d_2 + d_3) = 2.71 \text{ mm}$$

και

$$S_s = 0.25 \pi d_s^2 = 5.7 \text{ mm}^2$$

Αρα ο κοχλίας αυτός είναι ικανοποιητικός για να ανθέξει τα φορτία επιτάχυνσης του ρυμουλκουμένου. Σημειώνεται ότι το φορτίο επιτάχυνσης του ρυμουλκουμένου δεν είναι το μοναδικό φορτίο που πρέπει να αντιμετωπίσουν οι συγκεκριμένοι κοχλίες. Υπάρχουν επίσης και εγκάρσια φορτία που ωφείλονται στις εγκάρσιες επιταχύνσεις λόγω των ανωμαλιών του δρόμου. Οι δυνάμεις αυτές είναι πολύ μεγαλύτερες με αποτέλεσμα οι κοχλίες πρότασης που θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν τελικά να είναι σημαντικά μεγαλύτεροι.

Για την επίτευξη της αναγκαίας πρότασης η ροπή σύσφιξης κατά προσέγγιση θα είναι:

$$T = 0.2 d F' = 1.2 \times 0.003 \times 694.4 = 2.49 \text{ Nm}$$

Θέμα 3. Σε μονοκύλινδρο βενζινομηχανή με διάμετρο κυλίνδρου $D=100\text{mm}$ κατά την καύση αναπτύσσεται υπερπίεση 60bar . Για την εξασφάλιση της στεγανότητας του κυλίνδρου χρησιμοποιούνται τέσσερες κοχλίες πρότασης. Ζητείται να υπολογισθεί η διάμετρος των κοχλίων αυτών ώστε να εξασφαλισθεί η στεγανότητα του κυλίνδρου ακόμη και στη περίπτωση υπερφόρτισης της μηχανής κατά 10% .

Λύση: Η δύναμη που ασκείται στο κάλυμα της μηχανής υπό κανονικές συνθήκες θα είναι:

$$F=pS=(60 \times 10^5 \text{N}/10^6 \text{mm}^2) \times 0.25 \pi 100^2 \text{mm}^2$$

ή

$$F=4.71 \times 10^4 \text{N}$$

Κατά συνέπεια σε κάθε ένα κοχλία θα ασκείται δύναμης:

$$F_B=0.25F=1.18 \times 10^4 \text{N}$$

Κατά συνέπεια

$$F_{\max}=1.1F_B=F_B+F_F=1.29 \times 10^4 \text{N}$$

Επιλέγω υλικό κοχλίων 8.8 με $\sigma_F=540 \text{N/mm}^2$. Για κοχλίες πρότασης θα έχουμε:

$$\sigma_{\text{en}}=0.8\sigma_F=432 \text{N/mm}^2$$

Η διάμετρος υπολογισμού του κοχλία d_s θα είναι:

$$d_s \geq \sqrt{\frac{4F_{\max}}{\pi\sigma_{\text{en}}}} = \sqrt{\frac{4 \times 1.29 \times 10^4}{432\pi}} = \sqrt{38.02} = 6.16 \text{mm}$$

Επιλέγω κοχλίας M8 με $P=1.25\text{mm}$ για τους κοχλίες αυτούς θα έχουμε:

$$d_2=d-0.64953P=7.19\text{mm}$$

και

$$d_3=d-1.22687P=6.46\text{mm}$$

ή

$$d_s=0.5(d_2+d_3)=6.82\text{mm} > 6.16\text{mm}$$

Για τον υπολογισμό της πρότασης θα έχουμε:

$$F_{\text{diff}} = F_B \frac{1}{1+\frac{\delta_F}{\delta_B}} = F_B \frac{1}{1+\frac{k_F}{k_B}} \approx F_B \frac{1}{1+8} = 0.131 \times 10^4 \text{N}$$

και

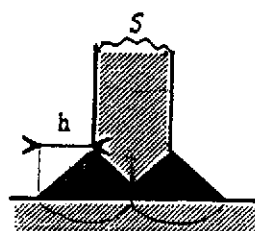
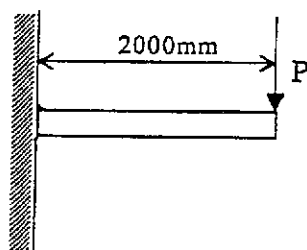
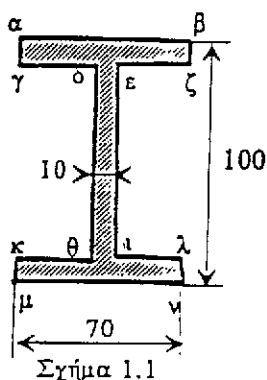
$$F_v = F_{\max} - F_{\text{diff}} = (1.29 - 0.131) \times 10^4 \text{N} = 1.16 \times 10^4 \text{N}$$

Αρα

$$T=0.2dF_v=0.2 \times 0.008 \times 1.16 \times 10^4 = 18.54 \text{Nm}$$

β. Συγκολλήσεις

Θέμα 1. Δοκός ορθογωνικής διατομής με διαστάσεις σε mm όπως στο σχήμα 1 συγκολλάται περιφερειακά σε κατακόρυφο μεταλλικό τοίχο, κατά μήκος των αβ, γδ, εζ, δθ, ει, ιλ, κθ, μν όπως στο σχήμα 2.2. Το πλάτος της συγκόλλησης είναι $h=10\text{ mm}$ ως στο σχήμα 2.3. Το υλικό της δοκού είναι St 42-1 και η ποιότητα της συγκόλλησης είναι II. Ζητείται να υπολογισθεί το μέγιστο επιτρεπόμενο στατικό φορτίο P που μπορεί να φέρει με ασφάλεια η δοκός σύμφωνα με τους ισχύοντες κανονισμούς.



Σχήμα 1.3

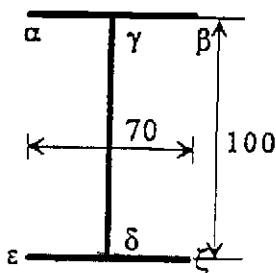
Σχήμα 1.2

Σχήμα 1.1

Λύση: Με βάση το σχήμα 1.3 είναι σαφές ότι η συγκεκριμένη ραφή είναι εσωραφή τύπου T. Στη ραφή αυτή το πάχος της είναι ίσο με το πάχος του ελάσματος s (Πίνακας σελ. 2.35). Πράγματι, επειδή η συγκόλληση εισχωρεί πλήρως σε όλο το πάχος του ελάσματος, η διατομή που κινδυνεύει να σπάσει έχει πάχος s και όχι α εκατέρωθεν του ελάσματος, δηλαδή 2α όπως π.χ. στη περίπτωση της εξωραφής. Σχετικά δε έχουμε:

$$2\alpha = 1.41h = 14.1\text{ mm} > s = 10\text{ mm}$$

Λόγω της ανωτέρω σχέσης το ελάχιστο πάχος ραφής είναι s και εκεί θα σπάσει η ραφή εάν υπερφορτισθεί. Με βάση τα παραπάνω η διατομή της ραφής έχει σχήμα διπλού T, όπως δείχνει το ακόλουθο σχήμα 1.4:



Σχήμα 1.4

Για τα τμήματα αβ, εζ θα έχουμε:

$$I_{u1} = \frac{b\sigma^2}{2} = \frac{7 \times 10^2}{2} = 350\text{ cm}^3$$

Επίσης, για τη ραφή γδ θα έχουμε:

$$I_{u2} = \frac{d^3}{12} = \frac{(10-2)^3}{12} = 42.6\text{ cm}^3$$

Αρα, η συνολική ροπή αδράνειας των όλων των ραφών θα είναι:

$$J = (J_{u1} + J_{u2})s = (350 + 42.6) \times 1 \text{ cm}^4 = 392.6 \text{ cm}^4$$

Η μέγιστη απόσταση από το κέντρο των ραφών της διατομής είναι:

$$y_{\max} = 5 \text{ cm}$$

Η επιτρεπόμενη τάση για το υλικό της συγκόλλησης είναι:

$$(\sigma_{\text{επ}})_{\text{συγκ}} = v_1 v_2 v_3 \sigma_{\text{επ}}$$

Σχετικά έχουμε:

$$v_1 = 0.8$$

$$v_2 = 1.0$$

και

$$v_3 = 0.8$$

Για το υλικό επίσης θα έχουμε:

$$\sigma_{\text{επ}} = \frac{\sigma_t}{1.2} = \frac{250}{1.2} = 208.3 \text{ N/mm}^2$$

Αρα

$$(\sigma_{\text{επ}})_{\text{συγκ}} = v_1 v_2 v_3 \sigma_{\text{επ}} = 0.8 \times 1 \times 0.8 \sigma_{\text{επ}} = 0.64 \times 208.3 = 133.3 \text{ N/mm}^2$$

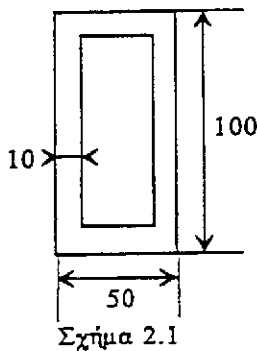
Και τελικά

$$M_b = \frac{\sigma J}{y_{\max}} = \frac{133.3 \times 392.6 \text{ Ncm}^4}{50} = 1046.7 \times 10^4 \text{ Nmm} = 10467 \text{ Nm}$$

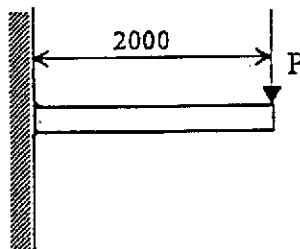
Αρα

$$P = \frac{M_b}{L} = \frac{10467}{2} = 5233 \text{ N}$$

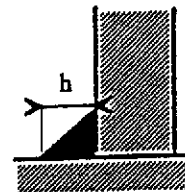
Θέμα 2. Κοίλη δοκός ορθογωνικής διατομής με διαστάσεις σε mm όπως στο σχήμα 2.1 συγκολλάται περιφερειακά σε κατακόρυφο μεταλλικό τοίχο, όπως στο σχήμα 2.2. Το πλάτος της συγκόλλησης είναι $h=10 \text{ mm}$ (σχήμα 2.3). Το υλικό της δοκού είναι St 42-1 και η ποιότητα της συγκόλλησης είναι III. Ζητείται να υπολογισθεί το μέγιστο επιτρεπόμενο στατικό φορτίο P που μπορεί να φέρει με ασφάλεια η δοκός σύμφωνα με τους ισχύοντες κανονισμούς.



Σχήμα 2.1



Σχήμα 2.2



Σχήμα 2.3

Λύση: Η ανά μονάδα πάχους ραφής ροπή αδρανείας της συγκόλλησης με βάση τον πίνακα της σελίδος 2.39 θα είναι:

$$I_y = \frac{b^3}{6}(3b + d) = \frac{100^3}{6}(3 \times 50 + 100) = 4.16 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

Το πάχος της συγκόλλησης θα είναι:

$$a = 0.707h = 7.07 \text{ mm}$$

Αρα η ροπή αδρανείας της συγκόλλησης θα είναι:

$$I = I_y a = 7.07 \times 4.16 \times 10^5 = 29.45 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

Το όριο διαρροής για τον χάλυβα St 42 προκύπτει από τον πίνακα της σελίδος 4.4 ως:

$$\sigma_s = 250 \text{ N/mm}^2$$

Η επιτρεπόμενη τάση του μετάλλου θα είναι:

$$\sigma_{\text{επ}} = \frac{\sigma_s}{1.2} = \frac{250}{1.2} = 208.3 \text{ N/mm}^2$$

Για την επιτρεπόμενη τάση της συγκόλλησης θα έχουμε:

$$(\sigma_{\text{επ}})_{\text{συγκ}} = v_1 v_2 v_3 \sigma_{\text{επ}}$$

Για ποιότητα συγκόλλησης III έχουμε:

$$v_1 = 0.5$$

Για στατικά φορτία έχουμε:

$$v_2 = 1.0$$

Για εξωρραφή Γ από τον πίνακα της σελίδος 2.35 θα έχουμε για κάμψη:

$$v_3 = 0.11$$

Αρα

$$(\sigma_{\text{επ}})_{\text{συγκ}} = 0.5 \times 1.0 \times 0.11 \times 208.3 = 0.055 \times 208.3 = 11.46 \text{ N/mm}^2$$

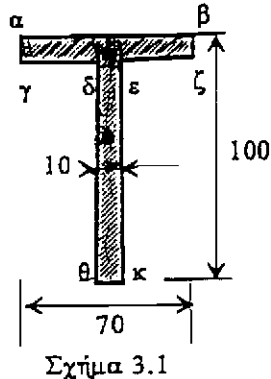
Το μέγιστο επιτρεπόμενο φορτίο δίδεται από τη σχέση:

$$P \leq \frac{(\sigma_{\text{επ}})_{\text{συγκ}} I}{y}$$

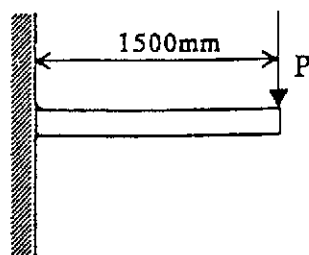
Για τη συγκεκριμένη διατομή έχουμε $y = 50 \text{ mm}$, άρα:

$$P \leq \frac{11.46 \times 4.16 \times 10^5}{50 \times 10^{-3}} = 47.66 \text{ kN}$$

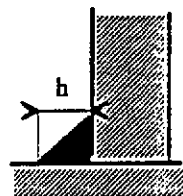
Θέμα 3. Δοκός ορθογωνικής διατομής με διαστάσεις σε mm όπως στο σχήμα 3.1 συγκολλάται περιφερειακά σε κατακόρυφο μεταλλικό τοίχο, κατά μήκος των αβ, γδ, εζ, δθ, εκ όπως στο σχήμα 3.2. Το πλάτος της συγκόλλησης είναι $h = 10 \text{ mm}$ ως στο σχήμα 3.3. Το υλικό της δοκού είναι St 42-1 και η ποιότητα της συγκόλλησης είναι III. Ζητείται να υπολογισθεί το μέγιστο επιτρεπόμενο στατικό φορτίο P που μπορεί να φέρει με ασφάλεια η δοκός σύμφωνα με τους ισχύοντες κανονισμούς.



Σχήμα 3.1



Σχήμα 3.2



Σχήμα 3.3

Λύση: Για να υπολογισθεί η ροπή αδρανείας των συγκολλήσεων της διατομής με τη χρήση των τύπων των σημειώσεων θα πρέπει η ραφή αβ να προσεγγισθεί με δύο τμήματα ίσα με τις ραφές γδ και εζ. Το σχετικό σφάλμα με την παράλειψη τμήματος ραφής ίσου με το τμήμα θκ είναι μικρό και θα προκαλέσει συντηρητικότερη, άρα και ασφαλέστερη εκτίμηση. Φυσικά ο ακριβής υπολογισμός είναι επίσης δυνατός με τη χρήση των σχέσεων της Τεχνικής Μηχανικής.

Για τα τμήματα αβ, γδ, εζ θα έχουμε:

$$I_{u1} = 2\left(\frac{bd^3}{12}\right) = 2\left(\frac{3 \times 1^3}{12}\right) = 3 \text{ cm}^3$$

Επίσης, για τις ραφές δθ, εκ θα έχουμε:

$$I_{u2} = \frac{a^3}{6} = \frac{9^3}{6} = 121.5 \text{ cm}^3$$

Οι παραπάνω ροπές αδράνειας ανά μονάδα πάχους ραφής φυσικά αναφέρονται σχετικά με τα επιμέρους κέντρα G των ραφών αυτών. Το πάχος της ραφής είναι:

$$\alpha = 0.707h = 7.07 \text{ mm}$$

Η ροπή αδράνειας των ραφών αβ, γδ, εζ θα είναι:

$$J_{u1} = I_{u1}a = 3 \times 0.707 = 2.121 \text{ cm}^4$$

Το εμβαδόν των ραφών αυτών θα είναι:

$$E_1 = 2ax(7 - 1) = 8.484 \text{ cm}^2$$

Η ροπή αδράνειας των ραφών δθ, εκ θα είναι:

$$J_{u2} = I_{u2}a = 121.5 \times 0.707 = 85.9 \text{ cm}^4$$

Το εμβαδόν των ραφών αυτών θα είναι:

$$E_2 = 2ax \times 9 = 12.726 \text{ cm}^2$$

Το συνολικό εμβαδόν των ραφών θα είναι:

$$E = E_1 + E_2 = 21.21 \text{ cm}^2$$

Για την εύρεση του συνολικού κέντρου βάρους των ραφών μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα των στατικών ροπών ως προς το τμήμα αβ γιατί το κέντρο αυτό θα βρίσκεται για λόγους συμμετρίας στον άξονα συμμετρίας της διατομής που είναι και άξονας συμμετρίας των ραφών. Οι αποστάσεις των επιμέρους κέντρων των ραφών από τον άξονα αβ είναι

$$l_1 = 5mm$$

και

$$l_2 = 55mm + 10$$

Αρα θα έχουμε:

$$El = E_1 l_1 + E_2 l_2$$

και

$$I = \frac{E_1 l_1 + E_2 l_2}{E} = \frac{742.2}{21.21} \approx 35mm$$

Κατά συνέπεια το κέντρο της διατομής βρίσκεται σε απόσταση 35mm από τον άξονα αβ. Εφαρμόζοντας το θεώρημα Steiner ως προς το κέντρο αυτό για την ροπή αδράνειας των ραφών αβ, γδ, εζ θα έχουμε:

$$J_1 = J_{u1} + a_1^2 E_1 = 2.121 + 3^2 8.486 \approx 78.5cm^4$$

Και αντίστοιχα για τις ραφές δθ, εκ:

$$J_2 = J_{u2} + a_2^2 E_2 = 85.9 + 1^2 \times 12.726 = 98.6cm^4$$

Αρα, η συνολική ροπή αδράνειας των όλων των ραφών θα είναι:

$$J = J_1 + J_2 = 177.1cm^4$$

Η μέγιστη απόσταση από το κέντρο των ραφών της διατομής αντιστοιχεί στα σημεία θ, κ και είναι :

$$y_{\max} = 65mm = 6.5cm$$

Η επιτρεπόμενη τάση για το υλικό της συγκόλλησης είναι:

$$(\sigma_{επ})_{\text{συγκ}} = v_1 v_2 v_3 \sigma_{επ}$$

Σχετικά έχουμε:

$$v_1 = 0.5, v_2 = 1.0 \text{ και } v_3 = 0.6$$

Γο υλικό επίσης θα έχουμε:

$$\sigma_{επ} = \frac{\sigma_t}{1.2} = \frac{250}{1.2} = 208.3N/mm^2$$

Αρα

$$(\sigma_{επ})_{\text{συγκ}} = v_1 v_2 v_3 \sigma_{επ} = 0.5 \times 1 \times 0.6 \sigma_{επ} = 0.3 \times 208.3 = 62.5N/mm^2$$

Και τελικά

$$M_b = \frac{\sigma J}{y_{\max}} = \frac{62.5 \times 177.1 Ncm^4}{65} = 170.3 \times 10^4 Nmm = 1703 Nm$$

Αρα

$$P = \frac{M_b}{L} = \frac{1703}{1.5} = 1135N$$

Θέμα 1. Αξονας διαμέτρου $d_1=52\text{ mm}$ μεταφέρει ροπή στέψης $M_t=2000\text{ Nm}$ σε τροχαλία από χάλυβα πλάτους $L=50\text{ mm}$. Ζητείται να ευρεθεί ο ελαφρότερος δυνατός τύπος του πολυσφηνου τετραγωνικής μορφής που είναι σε θέση να μεταφέρει ασφαλώς την παραπάνω ροπή.

Λύση: Με βάση τα στοιχεία του πίνακα της σελίδος 4.5 για ελαφρό πολυσφίνο κατά DIN 5462 για διάμετρο $d_1=52\text{ mm}$ θα έχουμε:

$$i=8, d_2=58\text{ mm και } b=10\text{ mm}$$

Σχετικά με το μήκος του πολυσφίνου ισχύει η σχέση:

$$p = \frac{M_t}{0.75 r_m i L h} \leq p_{\text{επ}} = 100\text{ N/mm}^2$$

όπου

$$r_m = \frac{d_2 + d_1}{4} = \frac{58 + 52}{4} = 27.5\text{ mm}$$

και

$$h = \frac{d_2 - d_1}{2} = \frac{58 - 52}{2} = 3\text{ mm}$$

Αρα

$$L \geq \frac{M_t}{0.75 r_m i h p_{\text{επ}}} = \frac{2000 \times 1000\text{ Nmm}}{0.75 \times 27.5 \times 8 \times 3 \times 100\text{ N}} = 40.4\text{ mm} \approx 41\text{ mm} < 50\text{ mm}$$

Θέμα 2 Αξονας διαμέτρου $d_1=42\text{ mm}$ μεταφέρει ροπή στέψης $M_t=2000\text{ Nm}$ μέσω πολυσφίνου βαρέως τύπου κατά DIN 5464 σε πλύμνη από χάλυβα. Ζητείται να υπολογισθεί το μήκος L_1 του πολυσφίνου καθώς και οι λοιπές διαστάσεις του.

Λύση: Με βάση τα στοιχεία του πίνακα της σελίδος 4.5 για διάμετρο $d_1=42\text{ mm}$ θα έχουμε:

$$i=10, d_2=52\text{ mm και } b=5\text{ mm}$$

Σχετικά με το μήκος του πολυσφίνου ισχύει η σχέση:

$$p = \frac{M_t}{0.75 r_m i L h} \leq p_{\text{επ}} = 100\text{ N/mm}^2$$

όπου

$$r_m = \frac{d_2 + d_1}{4} = \frac{52 + 42}{4} = 23.5\text{ mm}$$

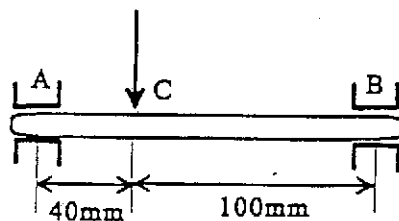
και

$$h = \frac{d_2 - d_1}{2} = \frac{52 - 42}{2} = 5\text{ mm}$$

Αρα

$$L \geq \frac{M_t}{0.75 r_m i h p_{\text{επ}}} = \frac{2000 \times 1000\text{ Nmm}}{0.75 \times 23.5 \times 10 \times 5 \times 100\text{ N}} = 22.69\text{ mm} \approx 23\text{ mm}$$

Θέμα 1. Περιστρεφόμενος άξονας (άτρακτος) διαμέτρου $d=100 \text{ mm}$ είναι κατασκευασμένος από St 70-2 και καταπονείται σε στρέψη μεταφέροντας σταθερή ισχύ N με στροφές $n=3500 \text{ RPM}$ ενώ ταυτόχρονα επιβαρύνεται με σταθερή κατακόρυφη δύναμη $P=5000\text{N}$ που ασκείται στο σημείο C όπως δείχνει το σχήμα 1. Ζητείται η μέγιστη τιμή της ισχύος που μπορεί να μεταφέρει με ασφάλεια ο άξονας σύμφωνα με τους ισχύοντες κανονισμούς.



Σχήμα 1

Επειδή ο άξονας καταπονείται σε στρέψη και ταυτόχρονα επιβαρύνεται με σταθερή κατακόρυφη δύναμη η καταπόνηση είναι σύνθετη.

Λύση: Για το υλικό του άξονα St 70-2 έχουμε:

$$\sigma_{bw} = 340 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{από τον πίνακα στην σελίδα 4.4}$$

Αρα

$$\sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{\sigma_{bw}}{4} = 85 \text{ N/mm}^2$$

Για την διάμετρο του άξονα ισχύει η σχέση:

$$D \geq 2.17 \left(\frac{M_{\varepsilon\sigma}}{\sigma_{\varepsilon\pi}} \right)^{0.33}$$

Αρα

$$M_{\varepsilon\sigma} \leq \left(\frac{D}{2.17} \right)^3 \sigma_{\varepsilon\pi}$$

και

$$M_{\varepsilon\sigma} \leq \left(\frac{100}{2.17} \right)^3 85 \text{ Nmm} \approx 8318 \text{ Nm}$$

Οι καταπονήσεις του άξονα είναι διαφορετικής μορφής γιατί η στρέψη είναι στατική ενώ η κάμψη δυναμική, άρα:

$$\alpha = 1.0$$

Η ροπή κάμψης στο σημείο C είναι (Πίνακας 5.5):

$$M_b = \frac{4 \times 10 \times 5000}{14 \times 100} \text{ Nm} = 142.8 \text{ Nm}$$

και τελικά:

$$M_t = 2 \sqrt{M_{\varepsilon\sigma}^2 - M_b^2} = 2 \sqrt{8318^2 - 142.8^2} \approx 16633 \text{ Nm}$$

και

$$N = \frac{M_t n}{9549296} = \frac{16633 \times 1000 \times 3500}{9549296} = 6096.3 \text{ kW}$$

$$\frac{5000 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{140 \cdot 10^3} =$$

$$\frac{5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2}{140 \cdot 10^3} =$$

$$\frac{20 \cdot 10^3}{140} = \frac{2000}{14} = 142.8$$

ο άξονας είναι κοίλος

↑

Θέμα 2. Σωληνωτός άξονας διαμέτρων $d_1=30 \text{ mm}$, $d_2=40 \text{ mm}$ είναι κατασκευασμένος από St 70-2 και καταπονείται δυναμικά σε στρέψη μεταφέροντας ισχύ N με στροφές $n=1500 \text{ RPM}$. Ζητείται η μέγιστη τιμή της ισχύος που μπορεί να μεταφέρει με ασφάλεια ο άξονας σύμφωνα με τους ισχύοντες κανονισμούς.

Λύση: Ο άξονας καταπονείται σε στρέψη με δυναμικό φορτίο. Με βάση τη τιμή της αντοχής σε δυναμική στρέψη για το υλικό St 70-2 από τον πίνακα της σελίδος 5.2 θα έχουμε:

$$\tau_{tw}=240 \text{ N/mm}^2$$

και για τον ελάχιστο επιτρεπόμενο συντελεστή ασφαλείας $S=10$ θα έχουμε $\tau_{ex}=24 \text{ N/mm}^2$
Η ροπή αντίστασης σε στρέψη θα είναι:

$$W_p = \frac{\pi}{16} \frac{(d_1^4 - d_2^4)}{d_1} = 8590 \text{ mm}^3$$

Η επιτρεπόμενη ροπή στρέψης θα είναι:

$$M_t = \tau_{ex} W_p = 206160 \text{ Nmm}$$

Αρα

$$N = \frac{M_t n}{9549296} (\text{kW}) = 32.38 \text{ kW}$$

Θέμα 3. Άξονας διαμέτρου $d=100 \text{ mm}$ είναι κατασκευασμένος από St 70-2 και καταπονείται δυναμικά σε στρέψη μεταφέροντας ισχύ N με στροφές $n=3500 \text{ RPM}$ ενώ ταυτόχρονα κάμπτεται με σταθερή ροπή κάμψης $M_b=5000 \text{ Nm}$. Ζητείται η μέγιστη τιμή της ισχύος που μπορεί να μεταφέρει με ασφάλεια ο άξονας σύμφωνα με τους ισχύοντες κανονισμούς.

(1) η κάμψη είναι στατική
η στρέψη είναι δυναμική

Λύση: Για το υλικό του άξονα St 70-2 έχουμε:

$$\sigma_{bw} = 340 \text{ N/mm}^2$$

Αρα

$$\sigma_{ex} = \frac{\sigma_{bw}}{4} = 85 \text{ N/mm}^2$$

Για την διάμετρο του άξονα ισχύει η σχέση:

$$D \geq 2.17 \left(\frac{M_{to}}{\sigma_{ex}} \right)^{0.33}$$

Αρα

$$M_{to} \leq \left(\frac{D}{2.17} \right)^3 \sigma_{ex}$$

και

$$M_{to} \leq \left(\frac{100}{2.17} \right)^3 85 \text{ Nmm} \approx 8318 \text{ Nm}$$

Οι καταπονήσεις του άξονα είναι διαφορετικής μορφής γιατί η στρέψη είναι δυναμική ενώ η κάμψη στατική, άρα:

$$\alpha=1.0$$

και τελικά:

$$M_t = 2\sqrt{M_{\tau\sigma}^2 - M_b^2} = 2\sqrt{8318^2 - 5000^2} \approx 13295 Nm$$

και

$$N = \frac{M_{t,a}}{9549296} = \frac{13295 \times 1000 \times 3500}{9549296} = 4875 kW$$

Θέμα 1 Ενόσφαιρο έδρανο κύλισης της σειράς 63 είναι τοποθετημένο σε άξονα διαμέτρου $d=60 \text{ mm}$ που περιστρέφεται με αριθμό στροφών $n=1500 \text{ RPM}$. Το έδρανο αυτό πρέπει να μεταφέρει αξονικό φορτίο $P_a = 1000 \text{ kp}$ και εγκάρσιο φορτίο $P_r = 2000 \text{ kp}$ προερχόμενο από ηλεκτρικό κινητήρα και μετάδοση μέσω κωνικών οδοντωτών τροχών συνήθους ακριβείας. Ζητείται να υπολογισθεί σε ώρες η μέγιστη διάρκεια λειτουργίας L_h του εδράνου αυτού.

Λύση: Για το συγκεκριμένο τύπο εδράνου σειράς 62 για διάμετρο άξονα $d=60 \text{ mm}$ από τον πίνακα της σελίδος 6.48 βρίσκουμε:

$$\text{Αριθμός εδράνου} = 6312$$

και

$$C_o = 5000 \text{ kp και } C = 6450 \text{ kp}$$

Παρατηρούμε ότι:

$$\frac{P_a}{C_o} = \frac{1000}{5000} = 0.2$$

και

$$\frac{P_r}{P_r} = \frac{1000}{2000} = 0.5 > e$$

Αρα, επιλέγοντας την δυσμενέστερη περίπτωση μεταξύ των

$$\frac{P_a}{C_o} = 0.13, \frac{P_r}{C_o} = 0.25$$

θα έχουμε:

$$x = 0.56, y = 1.40$$

Αρα

$$P_{ισ} = 0.56P_r + 1.4P_a = 1120 + 1400 = 2520 \text{ kp}$$

Λόγω των συγκεκριμένων συνθηκών λειτουργίας θα έχουμε $\varphi_\pi = 1.1 \dots 1.3$, και $\varphi_\kappa = 1.0 \dots 1.2$

Ανάλογα με τις επιλογές μας το γινόμενο των συντελεστών αυτών θα είναι:

$$\varphi_\kappa \varphi_\pi = 1.1 \dots 1.56$$

Αρα

$$P_{\kappa\pi} = \varphi_\kappa \varphi_\pi P_{ισ} = 2520 = 2772 \dots 3931.2 \text{ kp}$$

Για ένοσφαιρα έδρανα ισχύει η σχέση:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^m$$

όπου $m=3$. Αρα

$$L = \left(\frac{6450}{P_{\kappa\pi}}\right)^3 = (2.33 \dots 1.64)^3 = 12.65 \dots 4.41$$

Η διάρκεια ζωής σε ώρες λειτουργίας L_h δίδεται από την σχέση:

$$L_h = \frac{10^6 L}{60n} = \frac{L \times 10^6}{60 \times 1500} = 140.5 \dots 49 \text{ h}$$

Θέμα 2. Εναφαιρο έδρανο κύλισης της σειράς 60 είναι τοποθετημένο σε άξονα διαμέτρου $d=40\text{ mm}$ που περιστρέφεται με αριθμό στροφών $n=1500\text{RPM}$. Το έδρανο αυτό μεταφέρει εγκάρσιο φορτίο $P=5000\text{ N}$ από μεταφορά ισχύος ηλεκτρικής μηχανής μέσω οδοντωτών τροχών συνήθους ακριβείας. Ζητείται να υπολογισθεί η μέγιστη διάρκεια ζωής του σε ώρες. ($g=9.81\text{m/s}^2$).

Λύση: Το δεδομένο έδρανο 6008 διαμέτρου $d=40\text{mm}$ με βάση τις τιμές του πίνακα της σελίδος 6.48 έχει δυναμική ικανότητα φόρτισης:

$$C=1500\text{ kp}$$

Το φορτίο υπολογισμού του εδράνου για κανονικές θερμοκρασίες λειτουργίας θα είναι:

$$P_{0p} = \varphi_p \varphi_k P_{\text{θεω}}$$

Για τον υπολογισμό της μέγιστης διάρκειας ζωής σύμφωνα με τους ισχύοντες κανονισμούς θα πρέπει να επιλέξουμε τις ελάχιστες τιμές των συνελεστών φ_p , φ_k , άρα για οδοντωτούς τροχούς συνήθους ακριβείας από τις τιμές της σελίδος 6.39 λαμβάνουμε:

$$\varphi_p=1.1$$

και για ηλεκτρικές μηχανές:

$$\varphi_k=1.0$$

Άρα

$$P_{0p} = 1.1 \times 1.0 \times 5000 = 5500\text{ N} = \frac{5500}{9.81} = 560.6\text{ kp}$$

και

$$\frac{C}{P} = \frac{1500}{560.6} = 2.67$$

Άρα

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^3 = 19.1$$

και

$$L_h = \frac{10^6 L}{60n} = 212\text{ h}$$

Θέμα 3. Εναφαιρο έδρανο κύλισης της σειράς 62 είναι τοποθετημένο σε άξονα διαμέτρου $d=60\text{ mm}$ που περιστρέφεται με αριθμό στροφών $n=2000\text{RPM}$. Το έδρανο αυτό μεταφέρει εγκάρσιο φορτίο P από μεταφορά ισχύος ηλεκτρικής μηχανής μέσω οδοντωτών τροχών συνήθους ακριβείας. Ζητείται να υπολογισθεί το μέγιστο επιτρεπτό φορτίο P σε N που μπορεί να φέρει το έδρανο αυτό ώστε να λειτουργήσει ασφαλώς για 1000 ώρες. ($g=9.81\text{m/s}^2$)

Λύση: Για το συγκεκριμένο τύπο εδράνου σειράς 62 για διάμετρο άξονα $d=60\text{ mm}$ από τον πίνακα της σελίδος 6.48 βρίσκουμε:

$$\text{Αριθμός εδράνου}=6212$$

και

$$C=4100\text{ kg}$$

Για έναφαιρα έδρανα ισχύει η σχέση:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^m$$

όπου $m=3$.

Η διάρκεια ζωής σε εκατομμύρια στροφών δίδεται από την σχέση:

$$L = \frac{60nL_h}{10^6} = \frac{60 \times 2000 \times 1000}{10^6} = 120$$

Αρα

$$P = \frac{C}{L^{\frac{1}{3}}} = \frac{4100}{4.93} = 831.2 \text{ kg} = 8154.5 \text{ N}$$

και

$$P_{\text{θεωρ}} = \frac{P}{\varphi_s \varphi_v} = \frac{8154.5}{1.1 \times 1.0} = 7413.2 \text{ N}$$