

Ονομάζουμε συμπλήρωμα του στοιχείου a_{ij} το γινόμενο $(-1)^{i+j}$ επί την ορίζουσα που μένει όταν διαγράψουμε τη σειρά και τη στήλη του στοιχείου a_{ij} . Για παράδειγμα σε ορίζουσα 3×3 το συμπλήρωμα του στοιχείου a_{23} προκύπτει ίσο με $(-1)^{2+3}$

επί την ορίζουσα που οποιδήποτε αν διαγράψουμε τη σειρά και τη στήλη του στοιχείου a_{23} . Άρα είναι ίσο με

$$(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = a_{12}a_{31} - a_{11}a_{32}$$

Ανάπτυγμα ορίζουσας κατά Laplace

Η τιμή μιας ορίζουσας ισούται με το άθροισμα των γινομένων των στοιχείων μιας σειράς επί το συμπληρωμα του α. θενός. Αυτό ισχύει και για στήλη. Έτσι, είναι:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} +$$

↑
-a₁₂

$$+ a_{13}(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Αυτό είναι το ανάπτυγμα της ορίζουσας ως προς τα στοιχεία της πρώτης σειράς. Παρατηρούμε ότι ο υπολογισμός μιας ορίζουσας ανάχεται στον υπολογισμό ορίζουσών τάξεως μικρότερης. Είναι προφανές ότι συμφέρει να θεωρούμε το ανάπτυγμα μιας ορίζουσας ως προς τα στοιχεία της σειράς ή της στήλης η οποία έχει τα περισσότερα μηδενικά στοιχεία.

Παράδειγμα: Εστω η ορίζουσα

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & -4 \end{vmatrix}$$

Παρατηρούμε ότι περισσότερα μηδενικά στοιχεία έχει η δεύτερη σειρά. Αναπτύσσουμε ως προς τα στοιχεία της σειράς αυτής, οπότε προκύπτει:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & -4 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 8 & -4 \end{vmatrix} + 0 + 0 = -3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 8 & -4 \end{vmatrix} = 36$$